物理学 (電磁気学) 練習問題編

福島孝治 (東大院総合文化)

Ver. 1.0:	2007.10.10	初版

1　静電場の世界

1.1　電荷の存在・クーロンの法則

1.1–1 [**電荷量**]**:**銅は銅原子一個につき 1 つの伝導電子がある．10g の銅の伝導電子の総電荷量は何クーロンか?

1.1–2 [**クーロン力**]**:**1 クーロンの 2 つの点電荷を 1m の距離におくとき，それらの間に働くクーロン力は?

1.1–3 [**水素原子でのクーロン力の強さ**]**:** 水素原子中で，電子と陽子間に働くクーロン力と万有引力の大きさの比を求めてみよう．以下の数値を用いてよい．

電子の電荷	1.6×10^{-19} C
真空の誘電率 ϵ_0	$8.9 \times 10^{-12} \mathrm{C}^2/\mathrm{N\ m}^2$
万有引力定数 G	6.7×10^{-11} N $\mathrm{m}^2/\mathrm{kg}^2$
電子の質量 m_e	9.1×10^{-31} kg
陽子の質量 m_p	1.7×10^{-27} kg

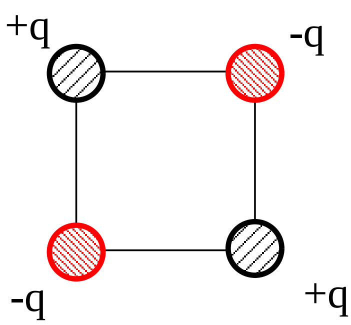
1.1–4 [**身近な電磁気力**]**:**何故日常生活では電磁気力よりも万有引力 (重力) を主に感じるか理由を考察せよ．または電磁気力を普段感じることがあるか?

1.1–5 [**電荷の中性**]**:**もしも水素原子において，電子と陽子の電荷の中性がずれていたとしたら，何が起きるだろうか?現実世界を考慮して，許されるずれの大きさをおおざっぱに見積もってみよう。

1.1–6 [**クーロン力 1**]**:** 平面上にある一辺の長さが a の正方形の 4 つの頂点に点電荷 q,$-q$ が隣りの符号が異なるように固定されている．

(a) それぞれの電荷の受けるクーロン力を求めよ．

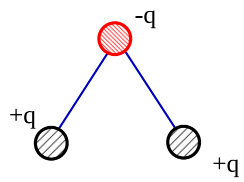
(b) 点電荷の固定を外すと，電荷はどうなるか?



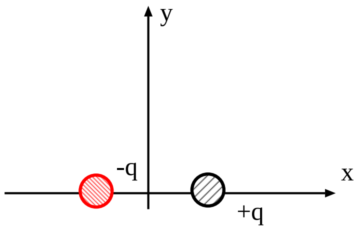
1.1–7 [**クーロン力 2**]**:**平面上にある一辺が a の正三角形の 3 つの頂点に点電荷 q,$-q$ を図のように固定した．

(a) それぞれの電荷の受けるクーロン力を求めよ．

(b) 点電荷の固定を外すと，電荷はどうなるか?



1.1–8 [**2つの異なる電荷のつくるクーロン電場**]**:** 右図のように，正電荷 q と負電荷 $-q$ を距離 a だけ離して x 軸上に置く．この2つの電荷が作る電場を考える．



(a) y 軸上で，原点から距離 y の点にある位置における電場$\boldsymbol{E}$を求めよ．$y \gg a$ であると仮定して求めよ．

(b) x 軸上で，原点から距離 x の点にある位置における電場$\boldsymbol{E}$を求めよ．$x \gg a$ であると仮定して求めよ．

(c) * 2つの電荷から十分に離れた位置における電場$\boldsymbol{E}$を求めよ．

1.1–9 [**球対称な電荷の作る電場**]**:** 半径 a の球面上に一様な面電荷密度 σ で分布している球殻の作る電場を考える．特に，球殻の内側と外側に分けて考えること．

(a) 周囲をアルミホイルでくるんだピンポン玉がある．ピンポン玉の中は空洞である．最初，このピンポン玉は電荷を帯びていないとする．どのようにすれば，上記のように表面に一様な電荷分布をもった球ができるか．その方法とそのために必要な道具を提案せよ．

(b) 球殻の内部に電場はないことを示せ．

(c) 球殻の外部の電場を求めよ．

1.1–10 [**一様平面電荷の作る電場**]**:** 平面の一様電荷分布を σ として，ある観測位置$\boldsymbol{x}$での電場$\boldsymbol{E}$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}) = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0}\int_S dS' \frac{1}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x'}|^2}\frac{\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x'}}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x'}|} \tag{1}$$

となる．平板が無限に広がっている場合について考察せよ．

1.1–11 [**一様に帯電した直線電荷の作る電場**]**:** 一様な線密度 λ で帯電している無限に長い直線電荷の作る電場を求めよ．有限の長さ l のときはどのようになるか考察せよ．

1.1–12 [**クーロン場の発散**]**:** 原点 0 にある電荷 q の点電荷が位置$\boldsymbol{r}$$= (x, y, z)$ につくるクーロン電場

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{|\boldsymbol{r}|^2}\frac{\boldsymbol{r}}{|\boldsymbol{r}|} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{x}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}, \frac{y}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}, \frac{z}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\right)\end{aligned}$$

について，原点以外で発散がゼロになっていること，すなわち，$\nabla\cdot\boldsymbol{E} = 0$ を示せ．また，原点以外で回転がゼロになっていること，すなわち，$\nabla\times\boldsymbol{E} = \boldsymbol{0}$.

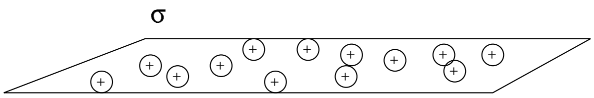
1.1–13 [**ベクトルの性質**]**:** 一般のベクトル$\boldsymbol{A}= (A_x, A_y, A_z)$ について，次の式を示せ：

$$\nabla \cdot (\nabla \times \boldsymbol{A}) = 0$$

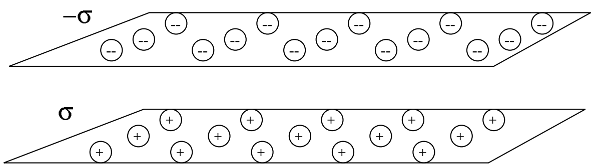
1.2　電場とガウスの法則

1.2–1 [**ガウスの法則の例題**]**:1.1-9**, **1.1-10**, **1.1-11** をガウスの法則を使って再考せよ．

1.2–2 [**平板電荷の電場について**]**:**電荷面密度 σ で帯電させた無限に広い平板がつくる電場をガウスの法則を用いて求めよ．その結果を立体角を用いて示せ．また，平板が有限の大きさ，例えば一辺 a の正方形になった場合にどのように変わるかを説明せよ．



1.2–3 [**二枚の平板電荷**]**:**それぞれ正と負に一様に帯電した無限に広い平板が距離 d だけ離れて平行に置かれている．それぞれの面密度は $+\sigma, -\sigma$ とする．これらの平板が作る電場を求めよ．



1.2–4 [**一様に帯電している円柱の作る電場**]**:** 半径 a の円柱の一様な密度 ρ で電荷が一様に分布している．

(a) この円柱の作る電場をガウスの法則を使って求めよ．

(b) また，円柱の内側を中心を同じで半径 $b(< a)$ の円柱でくりぬいたときにできる電場を求めよ．

(c) くりぬいた円柱の中心が外の円柱の中心とずれた場合を考察せよ．

1.2–5 [**ガウスの法則だけから電場のルールが全て決まらないこと**]**:**電荷分布を $\rho(\boldsymbol{x})$ として，ガウスの法則の微分形

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}) = \rho(\boldsymbol{x})/\epsilon_0 \tag{2}$$

を満たすベクトル場$\boldsymbol{E}$があるとき，任意のベクトル場$\boldsymbol{A}$を用いて新しいベクトル場

$$\boldsymbol{E}' = \boldsymbol{E} + \nabla \times \boldsymbol{A}$$