を作ると，これもまたガウスの法則 (2) を満たすことを示し，ガウスの法則だけから電場の関数形が決まらない理由を説明せよ．また，この理由はもっと単純に説明できないだろうか.

1.2–6 [**ガウスの法則と渦無しの法則から...**]**:**静電場の法則は，ガウスの法則 ($\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \rho/\epsilon_0$) と渦無しの法則 ($\nabla \times \boldsymbol{E} = \boldsymbol{0}$) で表すことができる．この二つからクーロンの法則は出てくるのか？

1.2–7 [**ベクトル場の演算**]**:**ベクトル場 $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}) = (3x^2y, -2xyz, xz^3)$ に対して，次の式を計算せよ.

$$(1)\nabla \cdot \boldsymbol{A}, \quad (2)\nabla \times \boldsymbol{A}, \quad (3)\nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{A})$$

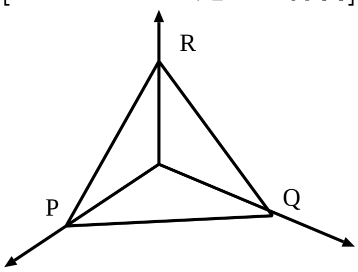
1.2–8 [**ガウスの定理の練習**]**:** 3つの平面$x = 0, y = 0, z = 0$と3つの平面$x = 1, y = 1, z = 1$で囲まれた立方体をV，その表面をSとするとき，ベクトルば$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}) = (xy, yz, zx)$に対して、ガウスの定理が成り立つことをガウスの定理の両辺をそれぞれ計算して確かめよ.

1.2–9 [**ストークスの定理**]**:**任意の面 S に対して，ベクトル場 $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x})$ が次の式を満たすことを示せ.

$$\int dS\boldsymbol{n} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{A}) = \int_C d\boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{A}$$

ここで，n は面の法線ベクトルであり，右辺の積分は面の周辺に対する線積分を表す.

1.2–10 [**ストークスの定理の練習**]**:**



x 軸，y 軸，z 軸と面 $x + y + z = 1$ の交点を P, Q, R とすると，面 PQR に対して，ベクトル場 $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}) = (z^2, x^2, y^2)$ がストークスの法則を満たすことを確認せよ.

1.2–11 [**保存力**]**:**ベクトル $F(\boldsymbol{x}) = f(r)\boldsymbol{x}$ で与えられている力は保存であることを示せ．すなわち，$\nabla \times \boldsymbol{F} = \boldsymbol{0}$ を示せ．ここで，$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ であり，$f(r)$ は r のある関数であるとする.

1.2–12 [**ガウスの法則 (再度)+電位**]**:**一様に電荷分布した球 (半径 a) の作る電場をガウスの法則を用いて求めよ．答えだけでなく，その考え方も示し，結果をグラフに図示せよ．また，電位を求め，図示せよ.

1.2–13 [**電気双極子**]**:**z 軸上の二点 $(0, 0, a)$ と $(0, 0, -a)$ に電荷量 q，$-q$ の点電荷を置く.

(a) 観測位置$\boldsymbol{R}$= (x, y, z) が a に比べて大きいときに，電位 ϕ が

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{R}}{|\boldsymbol{R}|^3}$$

と表せることを示せ．ここで，ベクトル $\boldsymbol{p}$ は $(0, 0, 2aq)$ である．

(b) 1. のときに，電場を求めよ．2 つの隣接する電荷が作る電場が遠くからどのように見えるかを説明せよ．

1.2–14 [**平板間の電位差**]**:**それぞれ $\pm Q$ の電荷が一様に分布している二枚の平行な板の間の電位差を求めよ (1.2-??).

1.3 導体

1.3–1 [**導体表面**]**:**導体表面の電場をガウスの法則を用いて求めよ．

1.3–2 [**一様な帯電球の作る電場**]**:** 静電気に関する以下の問について答えよ．

(a) 半径 a の球を一様な電荷密度 ρ を持つように帯電させた．中心からの距離 r における電場の大きさ $E(r)$ を求め，距離 r の関数としてグラフを図示せよ．

(b) また，この場合の電位を $\phi(r)$ を求め，同様に図示せよ．電位の基準は，無限遠を 0 とする．

(c) 次に，この球を中心が同じである導体球殻 (内径 b，外径 c，$(a < b < c)$) で囲った．この導体には電荷を与えていない．このときの電場の大きさ $E(r)$ を求め， 距離 r の関数としてグラフに図示せよ．

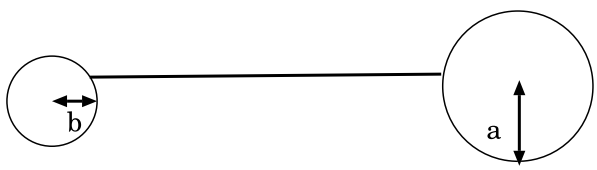
(d) この導体球殻での電荷分布がどのようになっているのかを説明せよ．

1.3–3 [**導体球**]**:** 静電場に関する以下の設問に答えよ．答えだけでなく，理由も明記せよ．

(a) 半径 a の**導体球**に電荷 Q を与えた．このとき，球の中心からの距離 r における電場の大きさ $E(r)$ を求め，距離 r の関数としてグラフを図示せよ．

(b) また，この場合の電位を $\phi(r)$ を求め，同様に図示せよ．電位の基準は，無限遠を 0 とする．

(c) (a) と同様に半径 b$(< a)$ の導体球に電荷 $q(< Q)$ を与え，先の導体球から非常に離れた位置に置く．この 2 つの導体球を細い導線で下図のように繋いだときに，何が起きるかを説明せよ．



(d) 2つの導体球のどちらの表面電場が強いかを答えよ．

1.3–4 [**導体系にガウスの法則を使う (ちょっと難しいかなー)**]: 半径 a の**導体球**に電荷 $Q(>0)$ を与え，**導体球殻**(内径 $b(>a)$, 外径 c) には電荷 $q(>0)$ を与えた．

(a) 下図のように，この導体球と導体球殻を同心に置いた場合の電場を求めよ．導体であることの性質を考えて，ガウスの法則を用いよ．

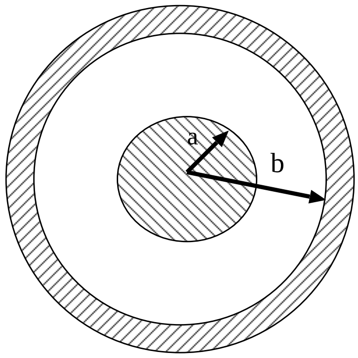
(b) その場合の電位を求め，図示せよ．

(c) 導体球の中心が導体球殻の中心からずれた場合はどうなるかを理由を含めて説明せよ．

(d) 同じように電荷 q が帯電された導体球殻が沢山あり，その中の一つだけに上の導体球が入っているとする．導体球殻は透明でなく，中は透けて見えない．つまり，どの導体球殻に導体球が入っているかはわからない状況にある．もちろん，手にとって振ってみれば，カラカラ音がすることで判別できる．さて，手を振れずに見破ることはできるか．できるならば，そのタネを示せ．

1.3–5 [**導体球**]: 半径 a の導体球 A に電荷量 q_A を帯電させて，その外側を電荷量 q_B を帯電させた半径 b の薄い導体球殻で囲ったとする． 以下の問いに答えよ．

(a) それぞれの導体での電荷分布はどのようになっているか，定性的に説明せよ．



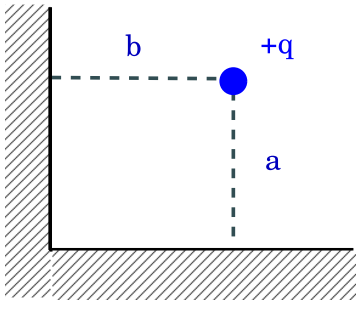
(b) それぞれの導体 A,B の電位を求めよ．

(c) $q_A > 0$ として，導体 A,B を細い針金でつないだときに，針金を流れる電流の方向はどうなるか? また，流れた電荷量はいくらか?

(d) この導体系のエネルギーは，針金をつないだ前後でどうなるかを考察せよ．

1.3–6 [**競映法** 1]: 無限に広い導体面から距離 d の位置に点電荷 q があるときの電場を求めよ．また導体表面に誘起された電荷を求めよ．

1.3–7 [**競映法** 2]:

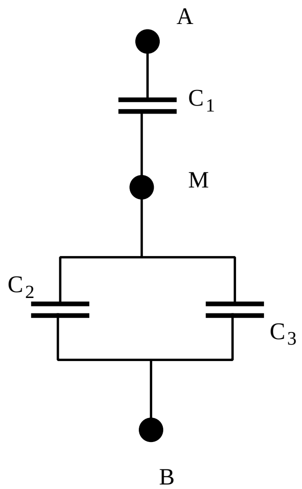


直角に曲がった導体板の近くに電荷を持ってきたときの電位・電場を求めよ (右図)。映像法を使うとよい。また、導体表面への誘導電荷を計算せよ。(全誘導電荷は総映像電荷に等しいはずである。これを確かめよ。)

1.4 コンデンサーと電気容量

1.4–1 [**球殻導体のコンデンサー容量**]**:**半径 a と $b(> a)$ の 2 つの球殻導体が同心円にある．このコンデンサーの電気容量を求めよ．

1.4–2 [**コンデンサーの合成**]**:**



図のように 3 つのコンデンサーを接続し，AB 間に 200V の電圧をかけた．コンデンサーの静電容量はそれぞれ，$C_1 = 3\mu F$, $C_2 = 4\mu F$, $C_3 = 2\mu F$ $\mu = 10^{-6}$ である．

(a) 合成容量はいくらか?

(b) 点 M での電位は?

(c) 各コンデンサーの電荷量は?

1.4–3 [**コンデンサーをつないだとき...**]**:**無限遠に対する電位が ϕ_1，ϕ_2，静電容量が C_1，C_2 である 2 個の導体が十分離れて置いてある．これらを細い針金でつないだ．

(a) このときに，針金を流れる電流はどちら向きで，流れる電荷量はいくらか?

(b) 最終状態における導体の電位を求めよ．

1.4–4 [**コンデンサーのエネルギー**]**:**容量が C_1,C_2 の 2 つのコンデンサーにそれぞれ電荷 q_1 と q_2 を蓄えてある。その 2 つのコンデンサを並列につなげるとコンデンサーのエネルギーは必ず損をする。(a) このことを示してみよう。(b) また、損したエネルギーはどこにいってしまったのか?

1.4–5 [**コンデンサー**]**:**
面積 S の 2 枚の同じ導体板 A と B を距離 d だけ離して平行に並べる．導体板 A に q，B に $-q$ の電荷を与えた．以下の問いに答えよ．但し，この導体板は非 常に大きく，端の効果は考えなくてよいとする．

(a) 導体板 A だけが作る電場を求めよ．

(b) ２枚の導体板の間の電場を求めよ．

(c) この 2 枚の導体板からなるコンデンサーの電気容量を求めよ．

(d) このコンデンサーに蓄えられたエネルギーを求めよ．