

第一回統計物理学レポート問題

福島孝治 (東京大学大学院総合文化研究科)

平成 25 年 11 月 11 日: ver. 1.0

問題 1 「コインの問題」: コインの表と裏の出る確率をそれぞれ p と q ($q + p = 1$) とする。次の問に答えよ。

1. N 回の試行のうち n 回表のでる確率 p_n を求めよ。
2. 次の関数で定義される母関数 $Q(z)$ を求めよ。

$$Q(z) \equiv \sum_n p_n z^n.$$

ここで、 z は実数とする。

3. 平均値 $\langle n \rangle$ が、

$$\langle n \rangle = \left. \frac{d}{dz} Q(z) \right|_{z=1}$$

で与えられることを説明して、平均を求めよ。

4. 分散 $\langle (n - \langle n \rangle)^2 \rangle$ を求めよ。
5. N と n が十分大きいときに、 P_n はガウス分布になることを示せ。($\log P_n$ を尤もらしい値 $\hat{n}$ のまわりで Taylor 展開するとよい。)

問題 2 : 「熱力学復習」 温度 T 、体積 V 、圧力 P の一般の気体において、定圧熱容量 C_p と定積熱容量 C_v には次の関係式があることを示せ。

$$C_p - C_v = \frac{TV\alpha^2}{\kappa}$$

ここで、 $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$ は体積膨張率、 $\kappa = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$ は等温圧縮率である。また、右辺が非負であることを論ぜよ。

問題 3 「講義について」: あなたは大学の講義に何を期待しているか? また、この講義に期待していることや感想等を自由に述べよ。

レポート提出に際して

- ルール:
1. A4 レポート用紙で作成し、枚数制限はしないが、片面にのみ記載されていること。
 2. レポートの冒頭に氏名と学籍番号、それからレポート作成の時に一緒に悩んだ共同研究者名を明記のこと。
 3. 締め切りは 3 週間後 (12/2)
 4. 提出先は、16 号館 221A 室、あるいは 2 週後の講義終了時に。

レポート問題の返却: 赤を入れて返します。

レポートは共同作業でもいいのかな ... よい。普段から友人と議論して、講義で分らなかったことを話をしたりするのは大変有意義なことなので、レポートもその範疇に入ると

考える．レポートは試験では無いのだから，何も一人ぼっちで悩むことはない．沢山議論した結果を個人個人でうまくまとめて欲しい．ただし，レポートの解答まで共同作業では困る．ましてや，レポート作成解答例を移してもあんまり「得」はないと心得よ．総合評価に対するレポートの比率はかなり低いので，そのことを考えると，「悩むことなく作成されたレポート」などほとんど何の役にも立たない．むしろ，紙の無駄，作成する時間や採点する時間の無駄であり，お互いの不幸しかもたらさない．

レポートは手紙と同じ と思って，提出する時には自分でよく読み直して，意味が通っているかよく確認して欲しい．他人が読むとすぐに混乱するようなレポートは困る．また，ありがちな混乱の原因として，

1. 式変形

$$f(x) = \int dx g(x, x') \quad (1)$$

のように x で積分しているのに，左辺が x の関数になっていたり，右辺は x' の関数なのに，左辺はそうでないなどの間違いは，読み返すとそのおかしいところにすぐに気づくはず．

2. 電場 (磁場も) はベクトル場であるので，大きさと方向，向きがあることを常に気にしておくべきである ... 電場を求めるということは，どちらの方向に，どちら向きに，どれだけの大きさ，を明らかにすることであって，それらのどれが欠けても不完全である．

3. ベクトル＝スカラー??? 計算の途中でベクトル＝スカラーという変形がたびたび見受けられる．例えば，

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x^2} \quad (2)$$

等である．これはあり得ないので，よくチェックすること．慣例的にベクトルは太字 $\boldsymbol{E}$ で、スカラーは普通に E と書くことが多い．

「式で表すこと」と「絵で描いてみること」中学生にもわかるように説明するには絵で描いてみせることが大事で、本当に理解できていると、式など使わずに絵で描けるはず．一方で，だれにも正確に情報を伝えるには数学で記述する必要がある．どちらも，大事だということ．レポート問題でも出てきた結果は一度はグラフや絵に描いてみるともっとよくわかることがある．