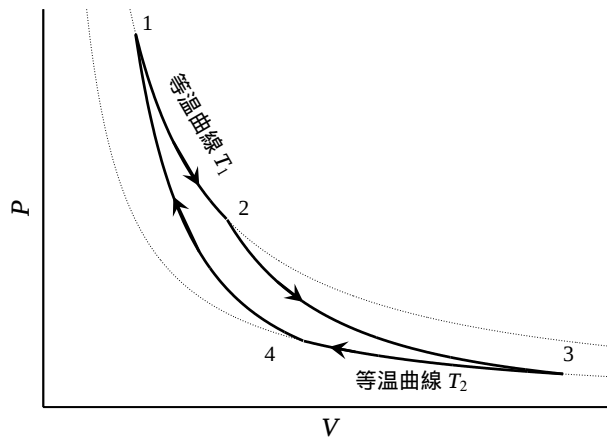


3-8 [Carnot サイクルの熱効率 (計算編)]: n モルの理想気体を作業物質として、右図のような状態変化をさせる Carnot サイクルの効率を求めよ。

具体的なサイクル過程は次のとおりである。まず、状態 1 において温度 T_1 の高熱源と接触させながら等温膨張する。状態 2 から断熱膨張させ、温度を T_2 に下げ、状態 3 に移行する。ここで低熱源 T_2 に接触させながら等温圧縮し、状態 4 に移行し、断熱圧縮して最初の状態 1 に戻す。サイクル過程には摩擦等の不可逆過程はなく、全ての状態変化は準静的であるとする。



3-9 [摩擦のあるシリンダー]: シリンダー内に気体を入れ、体積を V から微小体積 ΔV だけ膨張させる。このとき気体の受け取る熱量を $d'Q$ とする。逆に、 $V + \Delta V$ から微小変化させるときに気体の受け取る熱量を $d''Q$ は $-d'Q$ であることを示せ。また、ピストンを動かすときに一定の摩擦力 F があるときに、 $d'Q$ と $d''Q$ の関係を求めよ。ただし、摩擦熱はすべてシリンダー内に吸収されるとする。

3-10 [摩擦のあるシリンダーでの熱効率**]: 練習問題 3-8 において、過程 $3 \rightarrow 4$ の等温圧縮する際に、シリンダーとピストンの間に一定の摩擦力 F が働いていたとする。このときの、熱効率を求めよ。ここでも前問同様に摩擦熱はすべてシリンダー内に吸収されるとする。

3-11 [ディーゼルサイクルの熱効率]: 図のようなサイクルをディーゼル・サイクルという。理想気体を作業物質としてこの熱機関の熱効率を考える

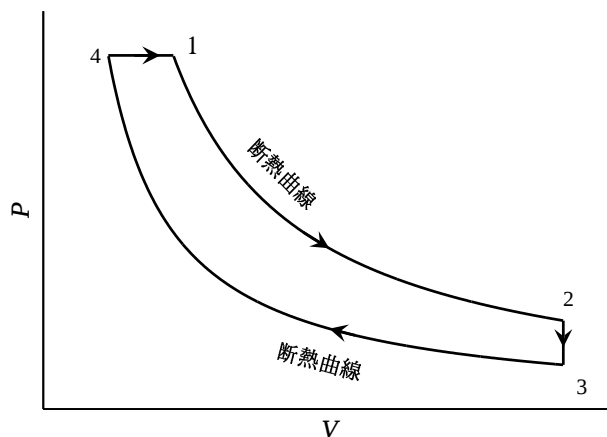
1 $\rightarrow$ 2: 断熱膨張

2 $\rightarrow$ 3: 等積過程での冷却

3 $\rightarrow$ 4: 断熱圧縮

4 $\rightarrow$ 1: 等圧加熱

このサイクルでは、過程 $4 \rightarrow 1$ で吸熱が起き、過程 $2 \rightarrow 3$ で放熱が起きる。それぞれ $Q_{4 \rightarrow 1}$, $Q_{2 \rightarrow 3}$ とすると、熱効率 η は、 $\eta = \frac{Q_{4 \rightarrow 1} - Q_{2 \rightarrow 3}}{Q_{4 \rightarrow 1}}$ である。



これはそれぞれの状態の温度を用いて、 $\eta = 1 - \frac{T_2 - T_3}{\gamma(T_1 - T_4)}$ となることを示せ．ここで、 γ は定圧熱容量と定積熱容量の比である．

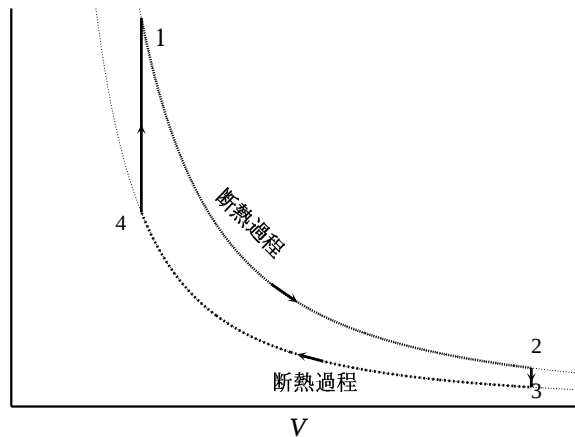
また、状態 3 と 4 の体積比 (圧縮比) $\epsilon = \frac{V_3}{V_4}$ と状態 1 と 4 の体積比 (締切比) $\delta = \frac{V_1}{V_4}$ を用いて熱効率を表せ．

- 3-12 [Otto サイクルの熱効率]: 図のようなサイクルをオット・サイクルと呼ばれ、ガソリン機関に非常に近いサイクル過程である．理想気体を作業物質としてこの熱機関の熱効率を求めよ．

このサイクル過程は以下のとおりである．最初に、ピストンをひっぱり、体積 V_3 で温度 T_3 の状態 3 にする．

3→4: 状態 3 から断熱圧縮で状態 4 (温度 T_4 、圧力 P_4 、体積 V_4) にする．

4→1: 状態 4 から状態 1 まで体積一定のまま熱する．ガソリン機関では爆発に相当する．この過程では温度は一定でないので、連続的に変化する熱源と接触していると考える．



1→2: 状態 1 から断熱膨張で状態 2 (温度 T_2 、圧力 P_2 、体積 V_2) に移る．

2→3: 状態 2 から状態 3 へは体積一定のまま冷却する．

- 3-13 [一般の熱源の場合の熱効率]: サイクル過程において、熱を受け取る熱源の最高温度を $T_{\max}$ 、熱を放出する熱源の最低温度を $T_{\min}$ とすると、この熱機関の熱効率 η は、 $1 - T_{\min}/T_{\max}$ よりも小さいことを示せ．

- 3-14 [理想気体の換算熱]: 理想気体の準静的過程において、微小熱を絶対温度で割った量 $d'Q/T$ が全微分であることを示せ．

- 3-15 [理想気体の真空膨張]: 1 モルの理想気体を、温度 T_1 、体積 V_1 の状態から真空に対して断熱膨張を行い、体積 V_2 の状態となった．このときのエントロピー変化を求めよ．

- 3-16 [理想気体の真空膨張 2]: 1 モルの理想気体を、温度 T_1 、体積 V_1 の状態から準静的断熱過程により、体積 V_2 まで膨張させ、その後に体積一定の元で前問の最後の状態まで変化させる過程でのエントロピー変化を求めよ．

- 3-17 [Carnot サイクルでのエントロピー変化]: 練習問題 3-8 の各過程でのエントロピー変化を調べよ．

3-18 [エントロピーの測定方法]:エントロピーの温度依存性は比熱を用いて次のように表せることを示せ .

(a) 定積熱容量を $C_V(T)$ として , 体積一定の条件:

$$S(T, V) - S(T_0, V) = \int_{T_0}^T dT \frac{C_V(T)}{T}.$$

(b) 定圧熱容量を $C_P(T)$ として , 圧力一定の条件:

$$S(T, P) - S(T_0, P) = \int_{T_0}^T dT \frac{C_P(T)}{T}.$$

3-19 [理想気体のエントロピー]:理想気体の定積熱容量 , 定圧熱容量は , それぞれ温度に依らない定数 C_V, C_P であり , それらには R を気体定数としてマイヤーの関係式 ($C_P = C_V + R$) が成り立つ . このことを用いて , 練習問題 3-18 の 2 つの表式から得られるエントロピーが同等であることを示せ .

3-20 [真空膨張]: 一般の気体 (液体) で自由膨張は不可逆であることを示せ .

3-21 [van der Waals 気体のエントロピー]:van der Waals 気体の熱容量は体積に依らないことを示せ . また理想気体と同様に温度に依らない定数として , そのエントロピーを求めよ .

3-22 [Stefan-Boltzman の輻射法則]:光子気体は , 電磁波の性質から内部エネルギー U は圧力 P , 体積 V と $U = 3PV$ の関係を持っている . ここから , エネルギー方程式 (練習問題 2-9 の関係式) を用いて ,

$$P = \frac{\alpha}{3} T^4, \quad U = \alpha V T^4$$

となることを示せ . ただし , α は定数である .

3-23 [光子気体のエントロピー]:この光子気体のエントロピーの表式を求めよ .

3-24 [光子気体の Carnot サイクル]:この光子気体を作業物質とした , Carnot サイクルを議論せよ .

4 熱力学関数

4-1 [完全な熱力学関数 1]: $S(U, V)$ が完全な熱力学関数であることを確かめよ .

4-2 [完全な熱力学関数 2]: Gibbs の自由エネルギー $G(T, P)$ が完全な熱力学関数であることを示せ .

4-3 [エンタルピー]: エンタルピー H は, $H = U + PV$ で定義される. このエンタルピー $H(S, P)$ が完全であることを確かめよ.

4-4 [エネルギー方程式]: エネルギー方程式

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = -P + T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

が成り立つことを示せ.

4-5 [Maxwell 関係式 1]: Gibbs の自由エネルギーから導かれる Maxwell 関係式を求めよ.

4-6 [Maxwell 関係式 2]: 次の関係式を示せ.

(a) (Maxwell の関係式)

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V, \quad \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

(b) (熱容量)

$$\left(\frac{\partial C_P}{\partial P}\right)_T = -T \left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_P, \quad \left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2}\right)_V$$

4-7 [不完全な熱力学関数]: $U(T, V)$ が完全な熱力学関数でないことを説明せよ.

4-8 [理想気体のヘルムホルツ自由エネルギー]: 1 モルの理想気体の Helmholtz 自由エネルギーを求めよ. また, Maxwell 関係式 $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$ を確認せよ.

5 相転移の熱力学

5-1 [Clausius-Clapeyron の式]: 液相-固相の共存曲線の傾きと潜熱に関する Clausius-Clapeyron の式,

$$\frac{dP}{dT} = \frac{Q}{T(v_L - v_S)}$$

を導け. ただし, Q は単位質量の固体が液体になるときに吸収する溶解熱であり, v_L, v_S は単位質量あたりの液相, 固相での体積とする.

5-2 [水の氷点降下]: 一気圧, 0°C における水の $v_L = 10^{-3}\text{m}^3/\text{Kg}$, $v_S = 1.091 \times 10^{-3}\text{m}^3/\text{Kg}$ である. また融解熱 $Q = 80\text{cal/g}$ である. 共存曲線の圧力依存性を議論せよ. 具体的には, 圧力を上げると氷点は上がるか下がるか?