

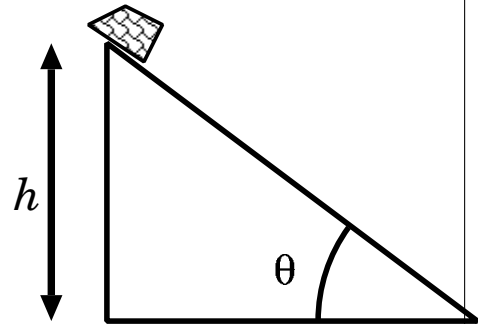
第二回物理学Bレポート問題

福島孝治 (東京大学大学院総合文化研究科)

問題 1: ガリレオ実験

ガリレオはピザの斜塔から重さの異なる鉄球を落下させて、同時に落下することを実証したとされています。実際には、斜面での落下運動による実験を繰り返していたようです。ここではその実験を運動方程式を使って考えてみることにする。

図のように質量 M の物体を高さが h で水平面となす角 θ の斜面の上から落としてみる。斜面と物体の間に摩擦はないとして、重力加速度は g とする。以下の問いに答えよ。



1. 物体に働く重力を斜面に平行方向と垂直方向に別けて考える。垂直方向では重力 $Mg\cos\theta$ とその反対方向に同じ大きさの垂直抗力が働いている。この垂直抗力は斜面から物体に働く反作用力であり、この2つがつりあうことで、物体は斜面にめりこまないですんでいる。さて、斜面に平行方向に働く力は重力だけである。このことから平行方向の運動方程式を導け。
2. 上で求めた運動方程式を解け。但し、初期位置は図の斜面のてっぺんで、初速度はゼロとする。座標の原点は適当に設定せよ。
3. ちょうど、斜面をすべりきった位置に至るまでの時間を求めよ。
4. その時間は質量を変えるとどうなるか? 重さによらずに同じ時間であることがわかるか?
5. 斜面を滑り切ったときの物体の速さを求めよ。また、高さ h を一定のまま、角度が可変であるとするとき、この物体の速さが最大になる角度はいくらか?
6. 斜面を滑り切る間に物体に働く力積を求めよ。
7. 現実には摩擦が少なからずある。その場合でも、落下時間は物体の質量に依らなかったとしよう。そのとき摩擦力についてどんなことが言えるか考えよ。

問題 2：スカイダイビング問題

スカイダイバーが飛行機より、初速ゼロで飛び降りきた。このことを考えてみる。ダイバーは飛び出してから、 t_0 秒後にパラシュートを開いた。落下中は、最初は空気抵抗は働かないとし、パラシュートを開くと速度に比例した空気抵抗が働くとする。パラシュートを開いたときの抵抗係数を κ として、運動方程式は、

$$m \frac{d^2}{dt^2} z = -mg - \kappa \left(\frac{d}{dt} z \right)$$

と表せる。以下の問いに答えよ。

1. まず、パラシュートを開く前の運動方程式を解き、 t_0 秒後の位置 $z(t_0)$ と速度 $v(t_0)$ を求めよ。
2. 抵抗係数の次元を、長さ L 、時間 T 、質量 M を用いて表せ。
3. それらを初期条件として、上の運動方程式を解け。
4. 末端速度を求めよ。
5. t_0 秒後の速度が末端速度よりも速い場合と遅い場合の速度の時間依存性をそれぞれグラフに概略を描け。

問題 3 「講義について」： 講義はシリーズの半分が終了した。この段階での、講義に関する感想・意見・要望はないか？

締め切りは2週間後の講義の日とする。私の居室 16-221A でも受け付ける。