3. 時刻 t までに，抵抗力がした仕事 $W(t)$ を求めよ．
4. これらの間に成り立つ関係式を考えよ．

問 4.2-5：「５個球振り子」 講義で見せた５つ玉の振り子で，３つの球を持ち上げたときに，衝突後にはやはり３つの球が飛び出した．どうして止まっていた２つだけが飛び出さないのだろうか？衝突に際して力学的エネルギーは保存しているとし，さらに運動量保存則を考慮して，この現象を考察せよ．

また，それぞれ３つ分，２つ分の質量をもった２つの振り子を同じように衝突させたときにはどのような運動になるかを考察せよ．

問 4.2-6：「球面からの飛び出し」

右図のように半径 R の半円の頂点の位置から質量 m の質点を初速度 0 で滑り出したとき，半円のどの位置で円から離れるかを考えてみる．半円から離れる条件は，垂直抗力が 0 になることである．

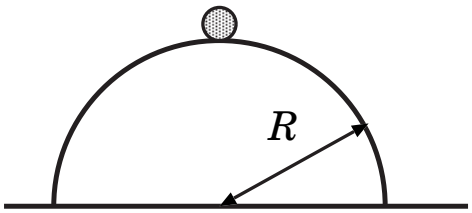


図 4:

1. この質点の運動方程式を書け (ヒント：振り子の運動方程式を参考にせよ)．
2. この質点の力学的エネルギー保存則の関係を書き下せ．
3. 上の二つの式より，半円から離れる場所を求めよ．

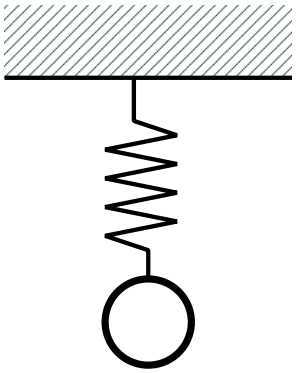
問 4.2-7 力 $\boldsymbol{F}(x,y,z)$ とポテンシャル $U(x,y,z)$ の関係を求めよ．

問 4.2-8：「ばねの運動 (過去問)」

図のように，天井からばねでぶら下げた質量 m の質点の運動を考える．質点には鉛直下向きに重力が働いており，重力加速度は g とする．また，その他に質点にはばねの伸びに比例した復元力が働き，その比例係数 (ばね定数) を k とする．
上向きを正に鉛直方向の座標を x として，ばねの自然長の位置を原点とすると，ばねの運動方程式は，

$$m\frac{d^2}{dt^2}x = -kx - mg \qquad (2)$$

と表せる．ばねの運動に関する以下の問いに答えよ．



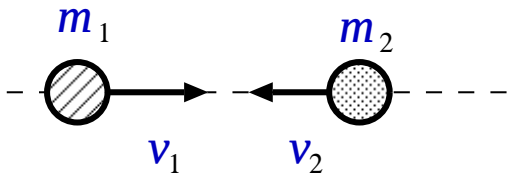
1. 長さの次元を L, 時間の次元を T，質量の次元を M としたときに，ばね定数 k の次元を L,T,M を用いて表せ．

2. 力がつりあっている位置 x_0 を，m, k, g を用いて表せ．
3. 前問の x_0 を用いて，質点の位置 x を $x(t) = x_1(t) + x_0$ としたとき，$x_1(t)$ の微分方程式を求めよ．
4. 前問の微分方程式の特性方程式，すなわち $x_1(t) = e^{\lambda t}$ とおいたときに λ の満たすべき方程式を求めよ．
5. その特性方程式を解き，$x(t)$ の一般解を求めよ．
6. 初期条件として，時刻 $t = 0$ の位置 x と速度 $\dfrac{d}{dt}x$ を双方ゼロとして，運動方程式の解 $x(t)$ を求めよ．
7. この運動の周期を求めよ．
8. この運動の位置 $x(t)$ を時間の関数としてグラフに示せ．
9. この質点の運動エネルギーを時間の関数として求めよ．
10. 重力の位置エネルギーを時間の関数として求めよ．
11. ばねの位置エネルギーを時間の関数として求めよ．
12. この質点の力学的エネルギーを時間の関数として求めよ．
13. この運動中に正の仕事をする力について説明せよ．

5 衝突現象

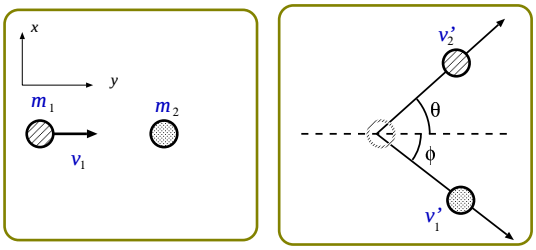
問 5-1：「弾性衝突」 直線に沿って，初速度 v_1, v_2 で運動する質量 m_1，m_2 の 2 つの質点を考える．この質点間のはねかえり係数を e として，次の問に答えよ．

1. 衝突後の 2 つの質点の速度を求めよ．
2. 衝突の前後で運動エネルギーはどうなったか?
3. 完全非弾性衝突 $(e = 0)$ のときに衝突後の速度を求めよ．
4. $v_2 = 0$ として，$m_1 = m_2$，$m_1 > m_2$, $m_1 < m_2$ のときにそれぞれの運動を説明せよ．



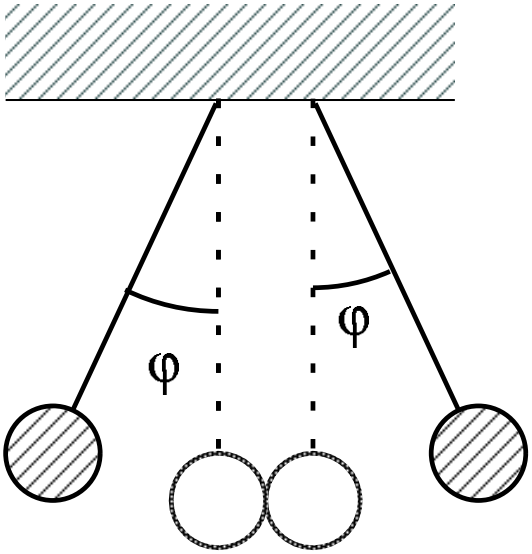
問 5-2：「二次元の衝突 (ビリヤード問題)」 図のように，初速度 v_0 で運動する質量 m_1 の質点が，静止している質量 m_2 の質点に衝突した．衝突後，m_1，m_2 は進行方向に対して，それぞれ θ，ϕ の方向に飛んでいった．衝突は弾性的だとして，以下の問に答えよ．

1. x 方向, y 方向のそれぞれの運動量保存の式をかけ.
2. エネルギー保存則を表す式をかけ.
3. 衝突後の速度 v_1', v_2' を求めよ.
4. $m_1 = m_2$ のときに, $\theta + \phi = 90^o$ を示せ.



問 5-3：「はねかえり係数の測定」 質量 m の 2 つのおもりを，図のように角度 ϕ の位置からを静かに離して，ちょうど最下点で衝突させる．重力加速度を g，このおもりの衝突に際するはねかえり係数を e として，以下の問に答えよ．

1. 最初の衝突食前のおもりの速度を求めよ．
2. 一回目の衝突後，二回目の衝突までの最大振れ角 $\phi^{(1)}$ を求めよ．
3. n 回目の衝突後，$n+1$ 回目の衝突までの最大振れ角 $\phi^{(n)}$ を求めよ．
4. はねかえり係数を求める方法にはどうすればよいか?



問 5-4：「5 個球振り子再び」 5 つ玉の振り子を衝突させると，最終的に静止する前にある特徴的な運動状態になる．この運動を説明し，その理由を答えよ．

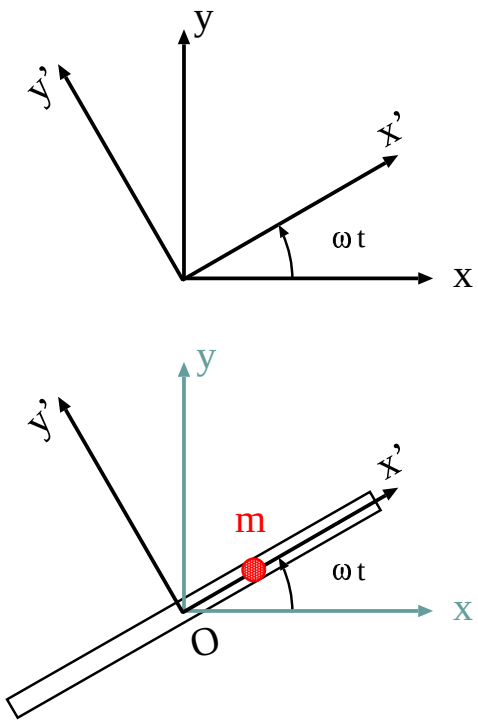
問 5-5：「すっとびボール」 すっとびボールが高く飛び上がる理由を説明せよ．

6 慣性座標系

問 6-1：「慣性力」 日常生活で体感できる慣性力の例を挙げよ．

問 6-2：「慣性力の大きさ」 地球の自転による遠心力やコリオリ力がどの程度の大きさか見積もれ．

問 6-2：「コリオリ力」 回転する座標系を考える．

1. ある慣性系 (x, y) に対して，一定の角速度 ω で回転する座標系 (x', y') を右上図のようにとる．質量 m の回転座標系における運動方程式を書き下し，コリオリ力と遠心力を導出せよ．

2. 細い管が点 O を中心として，水平面内で一定の角速度 ω で回転している (右下図)．時刻 $t = 0$ で管の内部の点 O からの距離が l の位置に静止していた質点の運動を考える．管の中では摩擦はないものとする．管から受ける抗力を R として，前問の結果を用いて運動方程式を書け．質点はどのように運動するか．