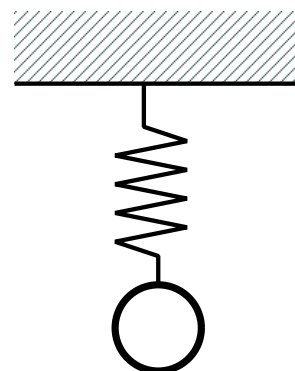


科目名 物理学B(力学)		教官名 福島 孝治	2006年9月1日2時限 試験時間 90分
問題用紙 1枚	解答用紙 両面 1枚	—	持ち込みの有無 筆記用具のみ持ち込み可

以下の問いに答えよ。但し、解答の順序は問わない。

- 図のように、天井からばねでぶら下げた質量 m の質点の運動を考える。質点には鉛直下向きに重力が働いており、重力加速度は g とする。また、その他に質点にはばねの伸びに比例した復元力が働き、その比例係数 (ばね定数) を k とする。上向きを正に鉛直方向の座標を x として、ばねの自然長の位置を原点とすると、ばねの運動方程式は、

$$m \frac{d^2}{dt^2} x = -kx - mg \quad (1)$$



と表せる。ばねの運動に関する以下の問いに答えよ。

- (1) 長さの次元を L 、時間の次元を T 、質量の次元を M としたときに、ばね定数 k の次元を L, T, M を用いて表せ。
- (2) 力がつりあっている位置 x_0 を、 m, k, g を用いて表せ。
- (3) 前問の x_0 を用いて、質点の位置 x を $x(t) = x_1(t) + x_0$ としたとき、 $x_1(t)$ の微分方程式を求めよ。
- (4) 前問の微分方程式の特性方程式、すなわち $x_1(t) = e^{\lambda t}$ とおいたときに λ の満たすべき方程式を求めよ。
- (5) その特性方程式を解き、 $x(t)$ の一般解を求めよ。
- (6) 初期条件として、時刻 $t = 0$ の位置 x と速度 $\frac{d}{dt}x$ を双方ゼロとして、運動方程式の解 $x(t)$ を求めよ。
- (7) この運動の周期を求めよ。
- (8) この運動の位置 $x(t)$ を時間の関数としてグラフに示せ。
- (9) この質点の運動エネルギーを時間の関数として求めよ。
- (10) 重力の位置エネルギーを時間の関数として求めよ。
- (11) ばねの位置エネルギーを時間の関数として求めよ。
- (12) この質点の力学的エネルギーを時間の関数として求めよ。
- (13) この運動中に正の仕事をする力について説明せよ。

2. 以下の問いに 簡単な理由とともに 答えよ .

- (1) 質点の速度がゼロのときにでも , 加速度がゼロでないことがありえるか?
- (2) 質量 m のある物体が原点を中心に等速円運動している . 時刻 t における位置ベクトルは $\mathbf{r}(t) = (a \cos \omega t, a \sin \omega t, 0)$ で表される . a, ω は正の定数である . 力は時間に依らず一定か?
- (3) 前問の角運動量を求めよ .
- (4) 電車が急ブレーキをかけたときに , 棚から荷物が落ちて来た . 元の位置から見て , 前と後のどちら側に落ちたか?
- (5) ボールが斜面を転がるときに運動量は増えるが , これは運動量保存則が成り立たないことを意味するか?
- (6) ある一定の高さの位置から , 滑らかな斜面に沿って物体を落下させる . 重力が物体にする仕事は斜面の角度が大きくなると , 仕事はどのように変化するか?
- (7) 2 つの物体を衝突させる . 最初に一方が静止していたが , 衝突後はもう一方が静止した . このことから 2 つの物体に関して分かることは何か?
- (8) バネの伸びは釣合の位置から測るとする . バネの伸びを 2 倍にすると , バネのポテンシャルエネルギーは何倍になるか?
- (9) 負の仕事をする力の例を一つ挙げよ .
- (10) 回転する円盤の外側から中心に向けてボールを転がしたところ , 中心から外れた . どちら側に外れたか? 図を用いて答えてよい .

3. 次の設問 (1) , (2) から 1 つを選択して , 答えよ .

- (1) 質点に働く力 F による力積は質点の運動量の変化に等しいことを , 運動方程式を用いて示せ . また , この関係式から , 例えばテニスをするときに , 力が弱くても力の強い選手に負けないように速いボールを打ち返す作戦を考えよ .
- (2) 多数の質点がお互いに及ぼしあう内力と , 質点以外からの外力を受けて運動している . この質点系の重心の運動方程式は質点系に働く全ての外力のみを用いて表せることを示せ . また , このことから大きさのある物体を質点と近似することの妥当性を論じよ .
- (3) 「すっとびボール」が高く跳ね上がる理由を , ボールが 2 つの場合について , 物理の言葉で説明せよ .

4. 講義および試験に関して , 良かった点 , 悪かった点等の感想を自由に述べよ . また , 講義あるいは自習を通じて , 物理学・力学から学んだことを述べよ .