

スピングラス状態のカオスとその動的側面

福島 孝治

東京大学 物性研究所

`mailto:hukusima@issp.u-tokyo.ac.jp`

September 9, 2002

この研究は高山 先生 と 伊庭 幸人氏 (統計数理研) との共同研究です。

[1] K. Hukushima and Y. Iba, cond-mat/0207123.

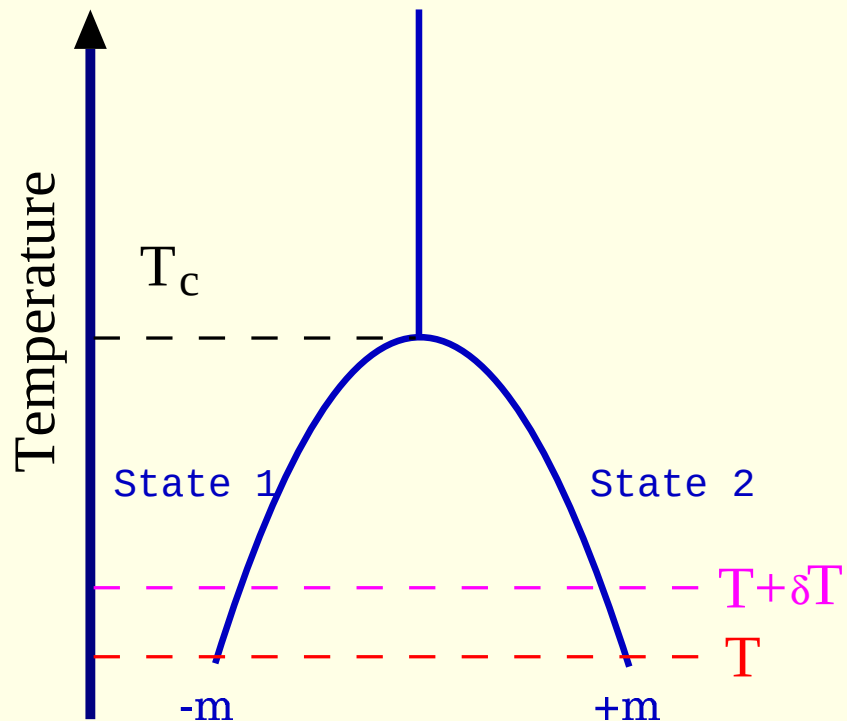
[2] H. Takayama and K. Hukushima, cond-mat/0205276.

Today's Contents

- スピングラス平衡状態のカオスについて
 - これまでの研究
 - * Against Temperature Chaos in Spin Glasses
 - * Against “the against ...
 - 我々の解析：固有モード解析-別の視点として-
- その非平衡エイジング現象への影響
- まとめ

温度カオスとは...

- 簡単な場合： ferromagnetic model below T_c



- Overlap function between two valleys

$$q^{12} = q^{21} = -m^2(T)$$

$$q^{11} = q^{22} = +m^2(T)$$

- Overlap between an equilibrium state at T and $T + \delta T$

$$q = \pm m(T)m(T + \delta T),$$

varying *smoothly* with T

- Temperature Chaos

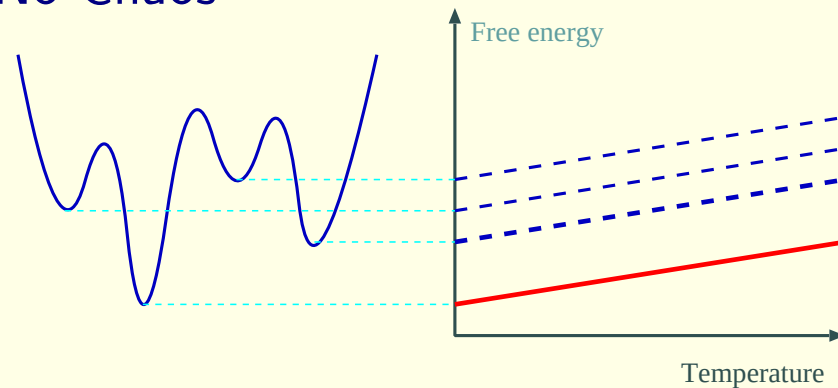
The equilibrium states at different temperatures are **TOTALLY DIFFERENT**.

⇒ The overlap q is **ZERO**

Disordered Systems

- 同じ温度での重なりの分布関数 $P(q) = \sum_{\alpha\beta} \delta(q - q^{\alpha\beta})$
 δ 関数か非自明か？ $\longrightarrow$ droplet picture, Mean-field picture and more...
- 異なる温度間での重なり関数の振舞 $\implies$ カオスの問題

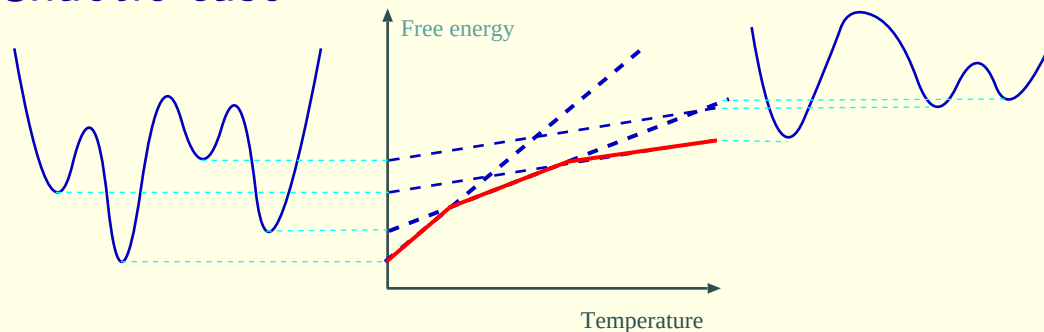
– No Chaos



NO LEVEL CROSSING

A state dominating the partition function at T **ALSO** dominates it at $T + \delta T$.

– Chaotic case



Temperature chaos as level crossings

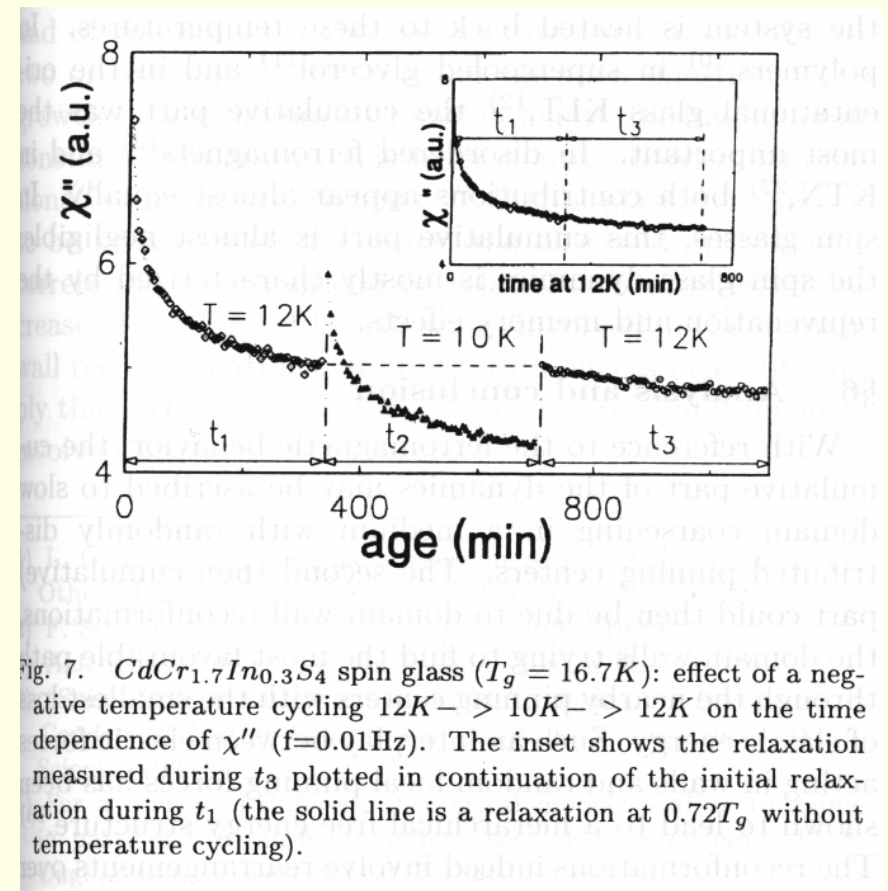
Experiment: Memory and Chaos Effects in Spin Glasses

K. Jonason, et al : Phys. Rev. Lett. **81**, 3243 (1998).

J. Hammann, et al : J.Phys.Soc.Jpn. **69** (2000)Suppl. A, 206–211.

- rejuvenation 効果
ある温度 T_1 で長く待ち、緩和が進んだことが低温で役に立っていないように見える。

異なる温度での秩序状態に相関が無ければ、あってもいいかも。→ 温度カオス？
- memory 効果
昇温中に、先程の温度 T_1 で長く待ったことを覚えているように見える。



Experiment: Memory and Chaos Effects in Spin Glasses

K. Jonason, et al : Phys. Rev. Lett. 81, 3243 (1998).

J. Hammann, et al : J.Phys.Soc.Jpn. 69 (2000)Suppl. A, 206–211.

- rejuvenation 効果

ある温度 T_1 で長く待ち、緩和が進んだことが低温で役に立っていないように見える。

異なる温度での秩序状態に相関が無ければ、あってもいいかも。→ 温度カオス？

- memory 効果

昇温中に、先程の温度 T_1 で長く待ったことを覚えているように見える。

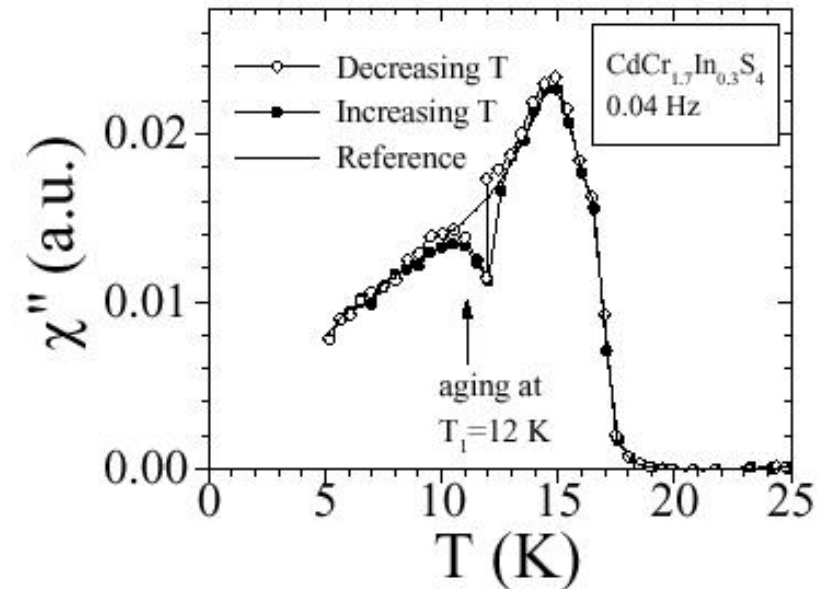
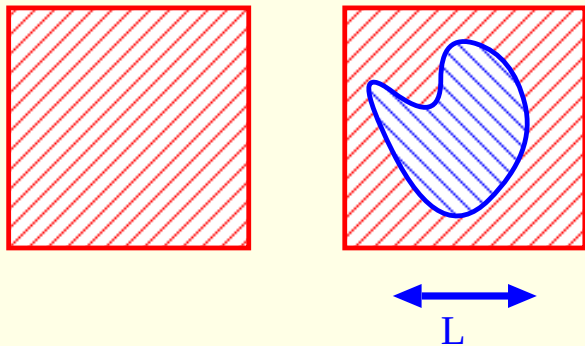
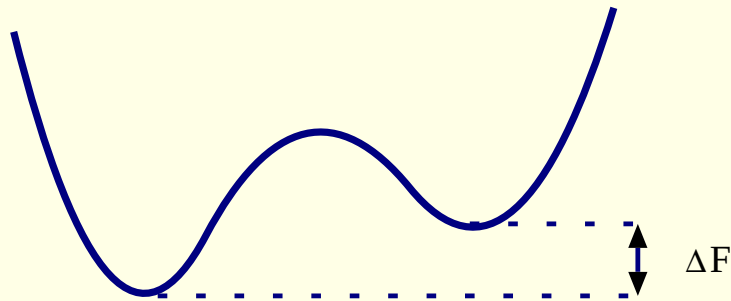


FIG. 1. Out-of-phase susceptibility χ'' of the $\text{CdCr}_{1.7}\text{In}_{0.3}\text{S}_4$ spin glass. The solid line is measured upon heating the sample at a constant rate of 0.1 K/min (reference curve). Open diamonds: the measurement is done during cooling at this same rate, except that the cooling procedure has been stopped at 12 K during 7 h to allow for aging. Cooling then resumes down to 5 K: χ'' is not influenced and goes back to the reference curve (chaos). Solid circles: after this cooling procedure, the data is taken while reheating at the previous constant rate, exhibiting memory of the aging stage at 12 K.

“Chaotic Nature of the Spin-Glass Phase”

A. J. Bray and M. A. Moore: Phys. Rev. Lett. **58**, 57 (1987).

D. S. Fisher and D. A. Huse: Phys. Rev. B **38**, 386 (1988).



Free-energy difference at T

$$\Delta F(T) = \Delta E - T\Delta S \sim \Upsilon L^\theta$$

θ : stiffness exponent

Υ : T dependent stiffness constant

Change the temperature to $T + \delta T$

$$\begin{aligned} \Delta F(T + \delta T) &\simeq \Delta E - (T + \delta T)\Delta S \\ &\simeq \Upsilon L^\theta - \delta T \Delta S. \end{aligned}$$

Entropy difference of the droplet surface

$$\Delta S \sim \pm L^{d_s/2}: d_s: \text{fractal dimension}$$

If $d_s/2 > \theta$, $\Delta F(T + \delta T) \simeq \Upsilon L^\theta + \delta T L^{d_s/2}$ can **CHANGE** the sign.

$\Rightarrow$ The equilibrium state should change on a length scale $L(\delta T) \sim \delta T^{-\frac{1}{d_s/2 - \theta}}$.

Chaos exponent ζ and Stiffness Exponent θ

Chaos exponent: $\zeta = d_s/2 - \theta > 0 \implies$ CHAOS Lyapunov exponent

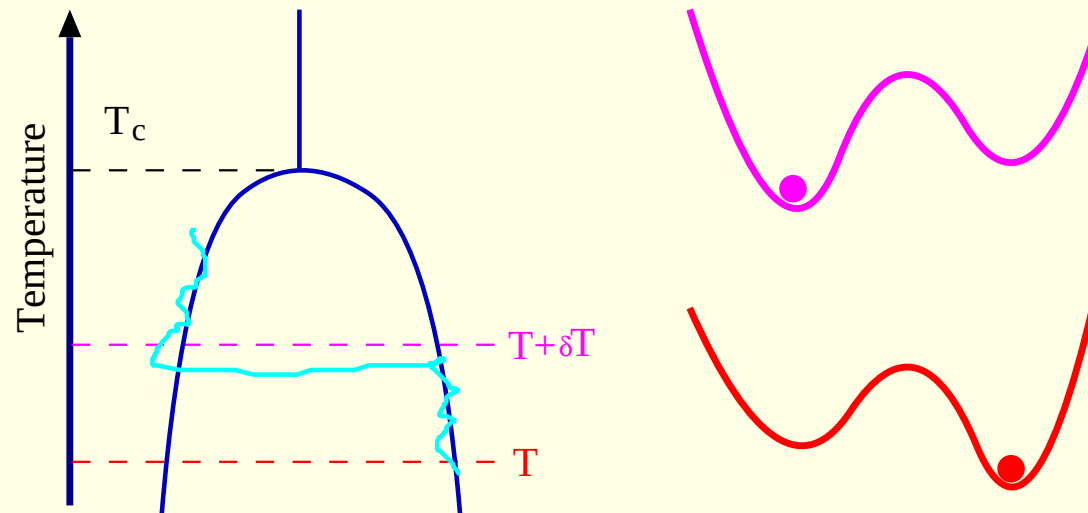
Stiffness exponent θ :

- mean-field picture (mean-field model): $\theta = 0$.
- short-ranged SG model in three dimensions: $\theta \simeq 0.2$.

$$d_s/2 \geq (d-1)/2$$

 $\implies$

Temperature Chaos likely occurs in SG systems.



Sensitivity of the Spin Glass order parameter

- 温度以外のカオスを考える

- Original Hamiltonian : $H_1[\sigma]$

- Perturbed Hamiltonian

$$H_2[\tau] = H_1[\tau] + P[\tau]$$

- total Hamiltonian

$$H[\sigma, \tau] = \beta_1 (H_1[\sigma] + H_2[\tau])$$

- いろいろな例

- 温度カオス :

$$P[\tau] = (\beta_2/\beta_1 - 1)H_1[\tau]$$

- 磁場カオス :

$$P[\tau] = p \sum_i \tau_i$$

- ボンドカオス :

$$P[\tau] = p \sum_{\langle ij \rangle} J'_{ij} \tau_i \tau_j$$

- 重なり関数

$$r(P) = \frac{\langle \sigma_i \tau_i \rangle_H^2}{\sqrt{\langle \sigma_i^a \sigma_i^b \rangle_{H_1}^2 \langle \tau_i^a \tau_i^b \rangle_{H_2}^2}}$$

- $P = 0, H_1 = H_2$

$$\rightarrow r(P = 0) = 1.$$

The spin-glass phase is

CHAOTIC,

if

$$\lim_{p \rightarrow 0} \lim_{N \rightarrow \infty} r(P) < 1.$$

Numerical Examinations

- 本来的には平衡スピングラス状態 $\{m_i\}$ の摂動前後での重なりを見たいところ
 - モンテカルロ法による 重なり関数 $q = \langle \sigma_i \tau_i \rangle$ 、あるいはその無次元量 r の評価.
 - 状態方程式の解。平均場模型の TAP eq. か、その簡単版 Naive TAP eq.

磁場カオス : F. Ritort, PRB50,6844(1994)

J_{ij} カオス : M. NeyNifle, PRB57,492(1998)

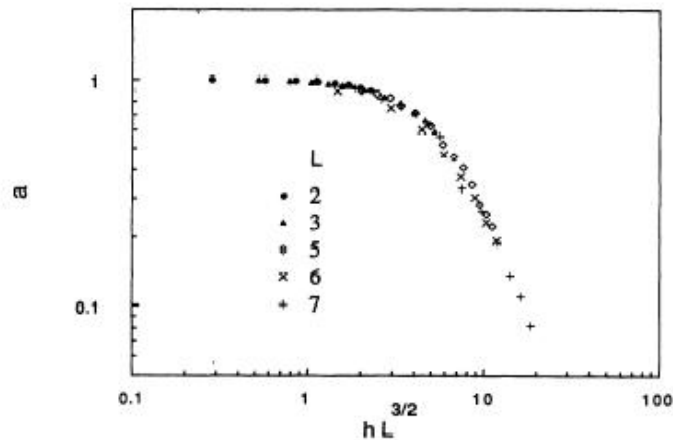


FIG. 5. Chaos with magnetic field in the $4d \perp J$ Ising spin glass at $T=1.5$. Magnetic field values range from $h=0.1$ up to $h=1$. The number of samples is approximately 100 for all lattice sizes. Typical error bars in this case are of the size of the symbols.

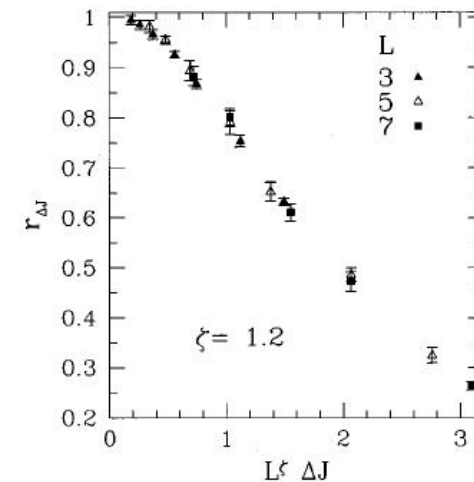


FIG. 6. A scaling plot of $r_{\Delta J}$ with random perturbation, case (1), at $T=1.4$ in the spin-glass phase. The perturbation lies in the range 0.05–0.4. The chaos exponent is $\zeta=1.2$.

磁場や相互作用の摂動に対して、スピングラス状態がchaoticになることはどうやらコンセンサスを得ているようである。が。。。。

- ランダム媒質中の弾性体の問題:

Sales-Yoshino, RPE65, 066131 (2002), (cond-mat/0203371)

Against Temperature Chaos...

- I. Kondor, J. Phys. A **22**, L163 (1989)
On chaos in spin glass
zero-th loop order → one loop : I. Kondor and A. Végso, J. Phys. A **26** L641 (1993).
 - A. Billoire and E. Marinari, J. Phys. A **33**, L265 (2000),
*Evidences **Against** Temperature Chaos in Mean Field and Realistic Spin Glasses*
 - T. Rizzo, J. Phys. A **34**, 5531 (2001),
***Against** Choas in Temperature in Mean-Field Spin Glass Models.*
 - R. Mulet, A. Pagnani, and G. Parisi, Phys. Rev. B **63**, 184438 (2001),
***Against** temperature chaos in naive Thouless-Anderson-Palmer equations*
 - A. Billoire and E. Marinari, cond-mat/0202473,
Overlap Among States at Different Temperatures in the SK Model.
-

Our strategy: Eigenmode Analysis of susceptibility matrix

通常は重なり関数を調べるところだが、我々は帯磁率行列の固有モード解析に注目して温度カオスを調べることにした。

$$\chi_{ij} = \frac{\partial^2}{\partial h_i \partial h_j} F(\{h_i\}) \Big|_{h=0} = \frac{\partial}{\partial h_i} \langle S_j \rangle \Big|_{h=0} = \beta \langle S_i S_j \rangle$$

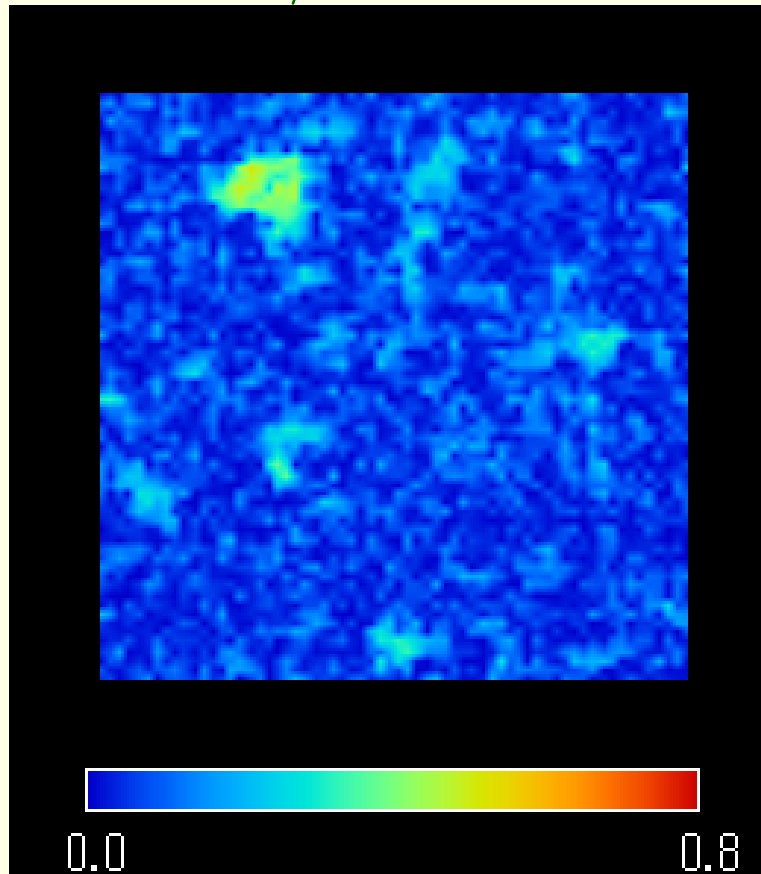
- モンテカルロ法で帯磁率行列を計算、対角化により固有モードを調べる。
 - 固有値： $O(N)$ であれば長距離秩序の存在
 - * 4次元イジングSG模型において、複数の $O(N)$ 固有値の存在を示唆
 - 固有ベクトル： 秩序のパターンに関係
 - * 温度カオスが存在すれば、固有ベクトルは顕著な温度変化を示すはず。

ここが今回の研究

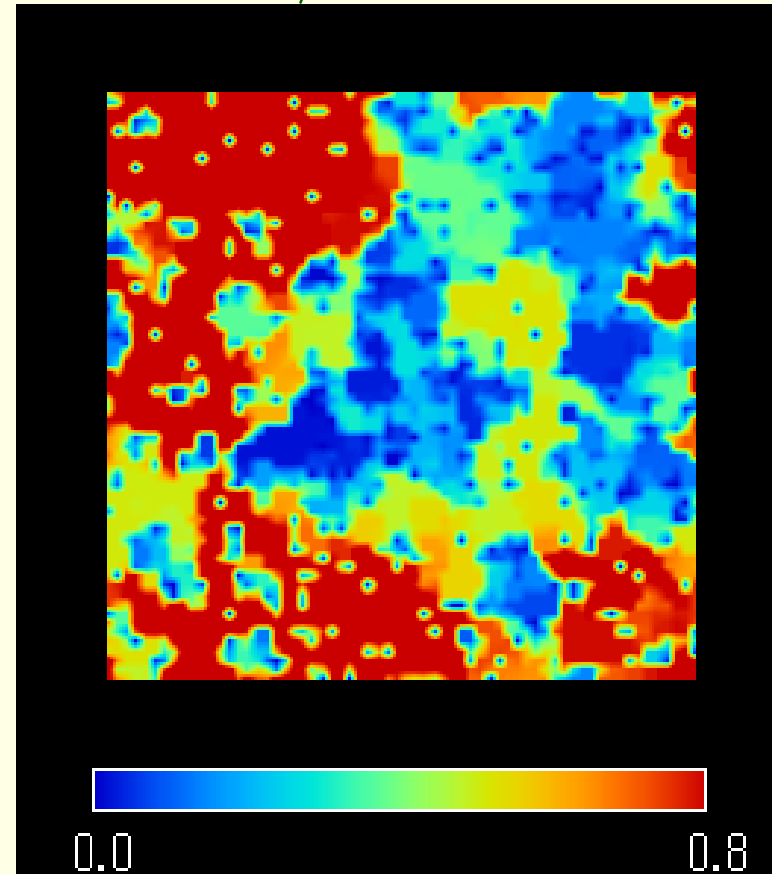
第一固有ベクトルの例：2次元スピングラス模型

The first eigenvector of a sample with $N = 64^2$

$$T/J = 1.8$$



$$T/J = 0.4$$

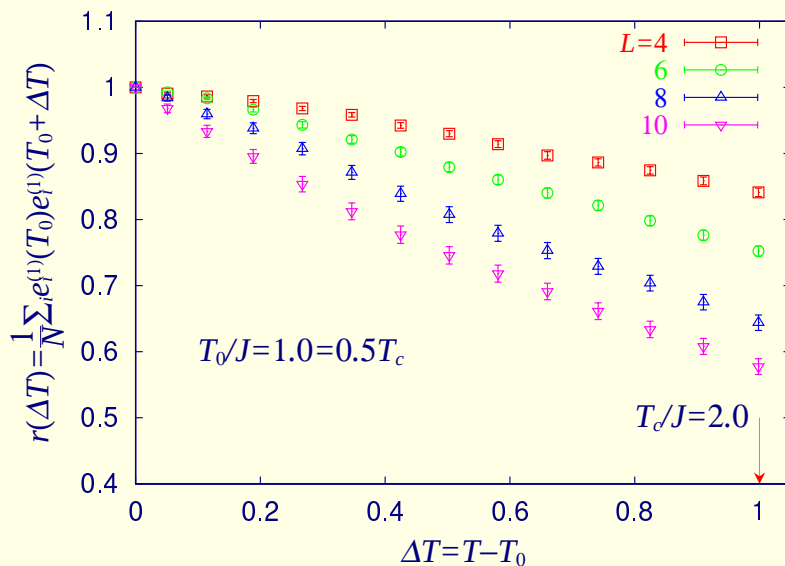


スピングラス相での固有モード：第一固有ベクトル

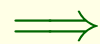
$4d \pm J$ Ising EA Model using the dual trick method

温度の異なる主成分の重なり

$$r_{T_0}(\Delta T) \equiv \left| \frac{1}{N} \sum_i e_i^{(T_0)} e_i^{(T_0 + \Delta T)} \right|$$



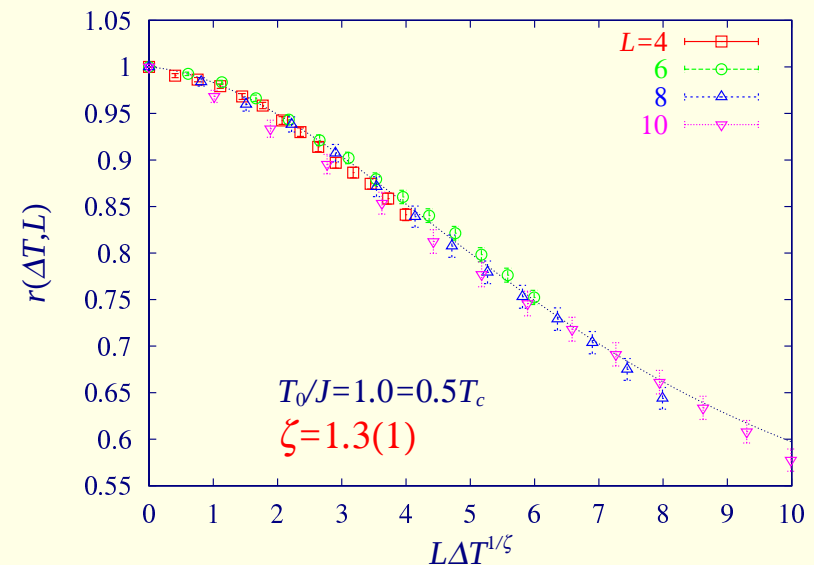
系のサイズを大きくすると、重なりは小さくなる



主成分(秩序パターン)が温度と共に変化している

有限サイズスケーリング

$$r_{T_0}(\Delta T, L) = F(L/L_{\text{ovl}}) \text{ with } L_{\text{ovl}} = \Delta T^{1/\zeta}$$



熱力学極限 ($L \rightarrow \infty$) では、 $r(\Delta T) \rightarrow 0$

スピングラス相での固有モード：第二固有ベクトル

$4d \pm J$ Ising EA Model using the dual trick method

第二固有値も *Extensive* だとすると、その固有状態の重なりはどうか？

緑 第1固有状態の重なり.

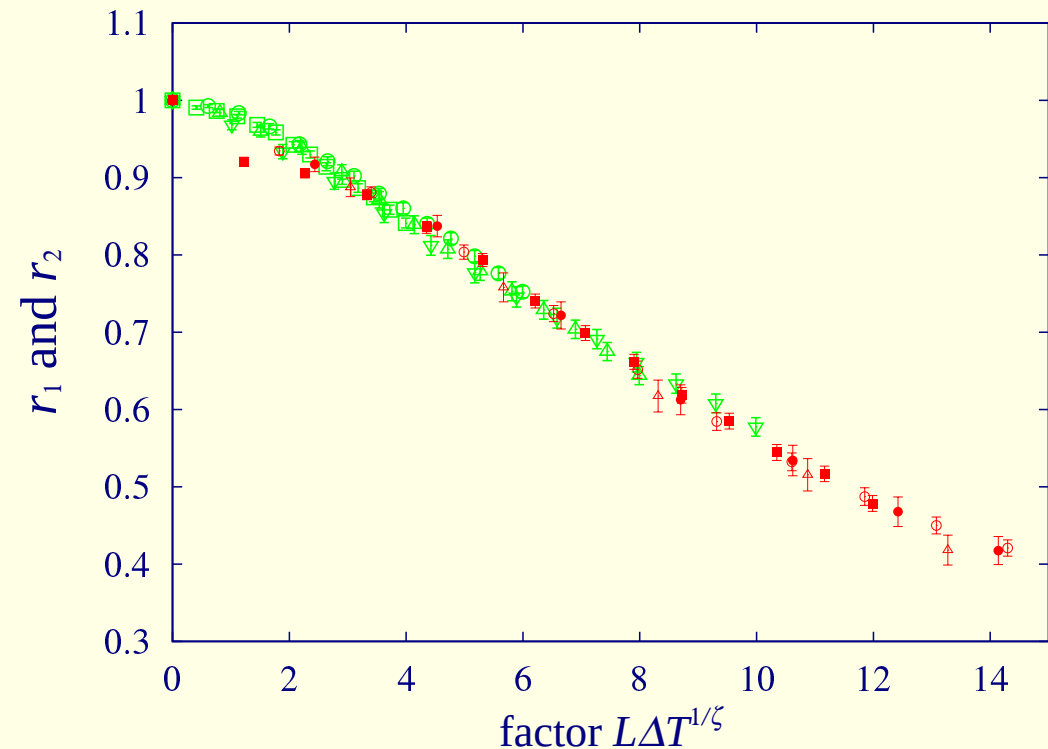
赤 第2固有状態の重なり.

但し、横軸のスケール因子は第一固有状態のものとは異なる.

- どうやら同じスケールリング関数で良さそう。
- しかも、 $\zeta \simeq 1.3$ は4次元スピングラス模型のボンド摂動の結果 (M. Ney-Nifle, PRB57, 492(1998)) と一致。

有限サイズスケールリング

$$r_{T_0}(\Delta T, L) = F(L/L_{\text{ovl}}) \text{ with } L_{\text{ovl}} = \Delta T^{1/\zeta}$$



スケーリング関数について

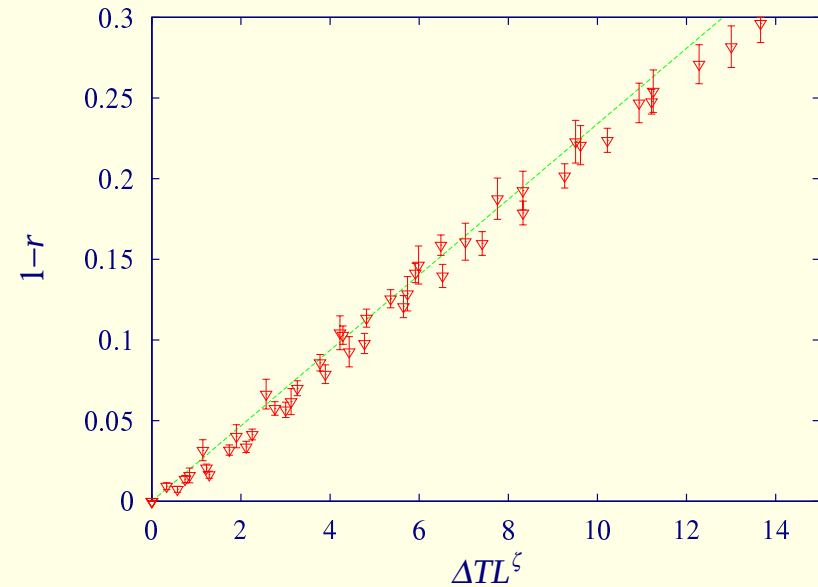
- 重なり関数 $r(\Delta T)$ は $\Delta T = 0$ の時に 1 なるが、そこからのズレ方を考える。
- Bray-Moore 流に考えると、大きさ L のドロップレット励起が Entropy gain で起きる確率は、

$$p \sim \frac{\Delta T L^{d_s/2}}{\Upsilon L^\theta} = (L/L_{ovl})^\zeta$$

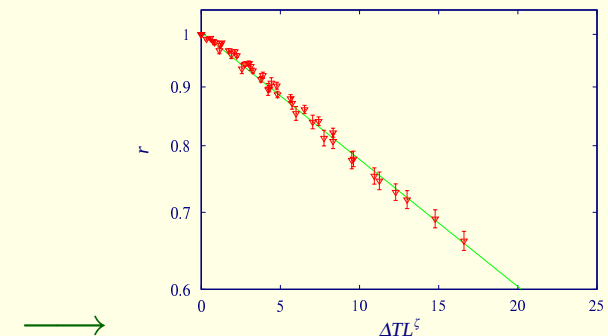
with $L_{ovl} = (\Upsilon/\Delta T)^{-1/\zeta}$

- 系の大きさと同程度の励起すると重なり関数 r は $O(1)$ ずれるから、

$$1 - r \propto p$$



少なくとも $(L/L_{ovl})^\zeta \sim L^\zeta \Delta T$ の小さいところでは、linear にみえる。OK
大きいところでは指数的吗？



平衡状態カオスから rejuvenation 効果へ

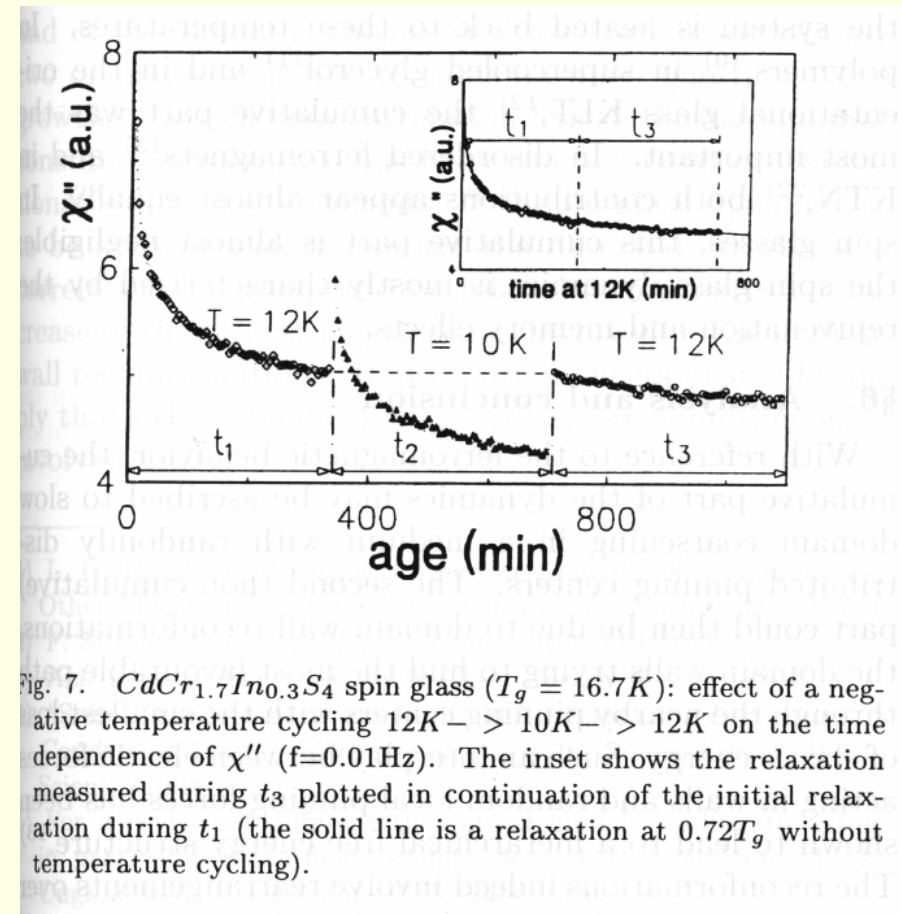
- 平衡状態カオス
 - 任意の温度摂動に対して、スピングラス状態は不安定に見える。
 - 温度に依存して、様々なスピングラス状態

平衡状態の性質

- rejuvenation 効果
 - 温度シフト後の χ'' の跳び
 - 緩和をやり直しているように見える

非平衡状態の性質

スローダイナミクス

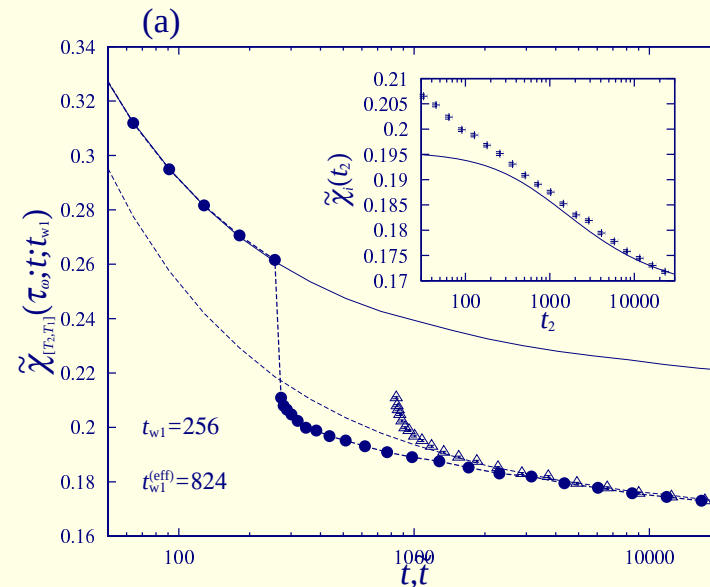


J. Hammann, et al :

J.Phys.Soc.Jpn. **69** (2000)Suppl. A, 206–211

cumulative memory effect

- MC simulations では rejuvenation 効果は再現できない。その代わりにわかったことは、

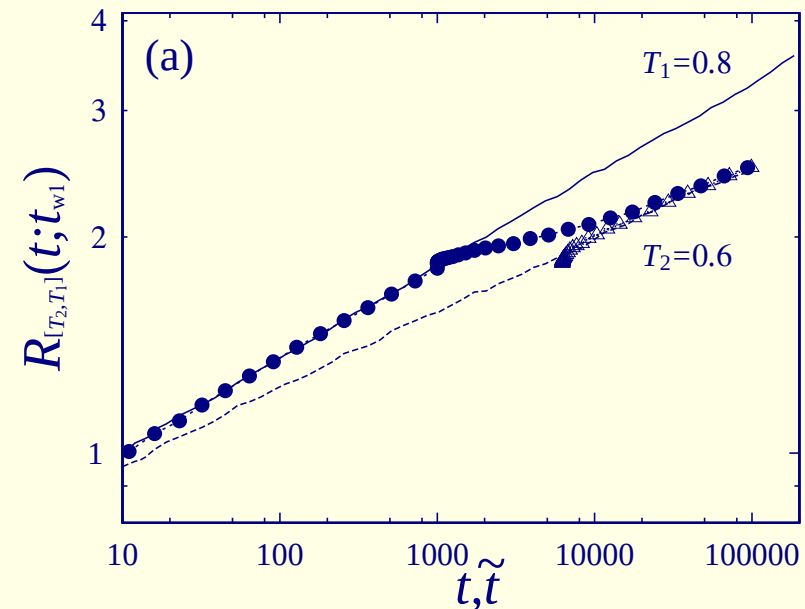


Kmori-Yoshino-Takayama :
J.Phys.Soc.Jpn. **69** (2000)Suppl. A, 228–
237他にもある

- モデル化が失敗しているか
- MC の時間スケールの問題か

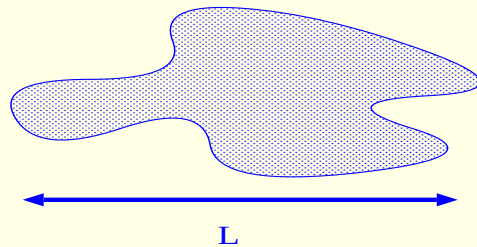
- cumulative memory effect:
(Komori-Yoshino-Takayama,
J. Phys. Soc. Jpn. 66 Suppl. A (2000)355)

– 温度シフト過程を通して、SG相関は連続的に成長する



時間スケールと長さスケールの対応

- ある長さスケール L まで SG 相関が成長する時間スケール t
- ある時間 t_w の間に成長する SG 相関スケール L

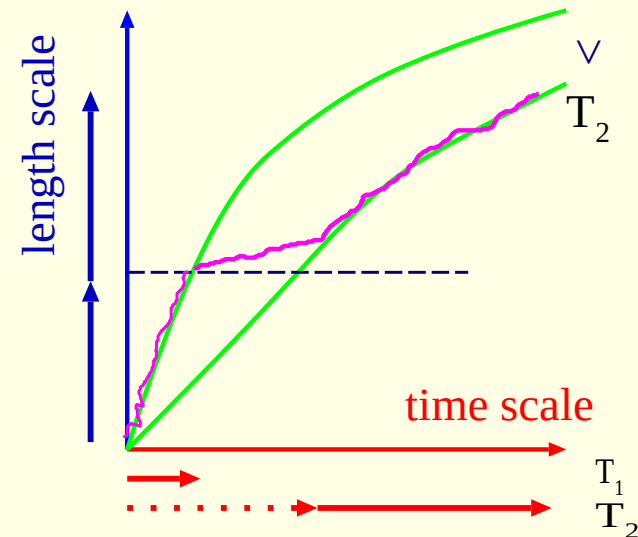


$$\begin{array}{ccc} t_1 & < (<<) & t_2 \\ T_1 & > & T_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & \xrightarrow{t_w} & \\ L_1 & > & L_2 \\ T_1 & > & T_2 \end{array}$$

Effective time 温度 T_1 で時間 t_1 だけ経過したことは、温度 T_2 で有効時間 t_2 経過したことに相当する

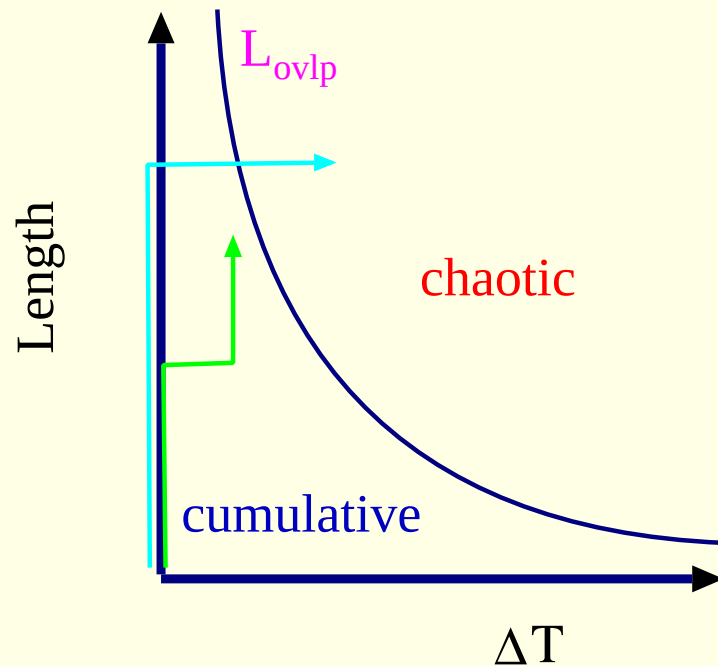
温度履歴は相関スケール $L[t]$ に繰り込まれ、物理量はその $L[t]$ で表される。



cumulative-chaos crossover

もしも温度カオスが存在したらどうなるか

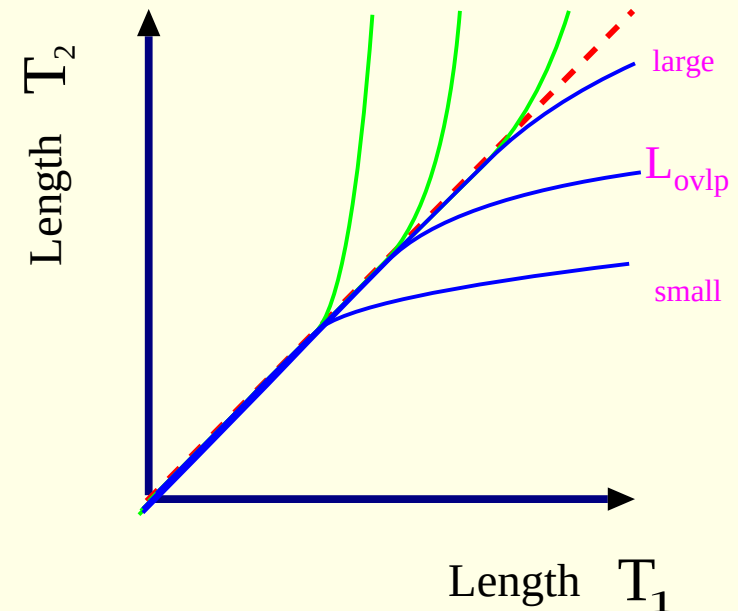
- Overlap Length $L_{\text{ovlp}} = (\delta T)^{-1/\zeta}$



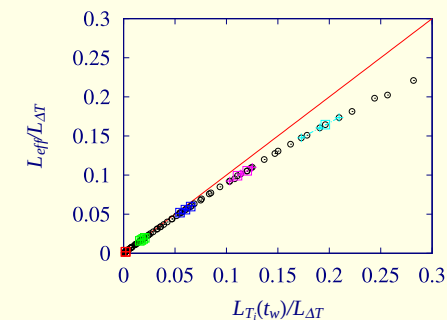
$L[t]$ が Overlap length を越えてしまえば、温度シフト後の相関スケールは L_{ovlp} まで戻ってしまう。

Twin experiments:

Jönsson-Yoshino-Nordblad, PRL89,(2002)097201.

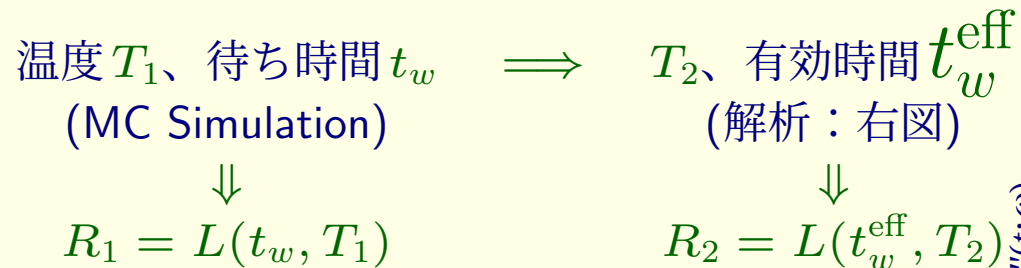


AgMnで検証
 $1/\zeta \sim 2.6$

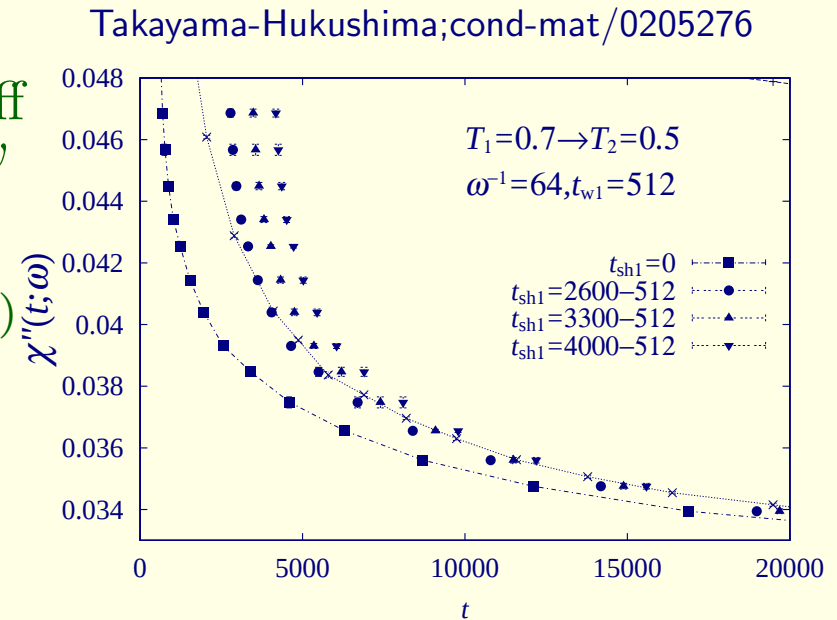


Effective time の決め方: そして有効長さスケール

解析の手続き



ここで $L(t, T)$ は温度 T で時間 t 経過したときの長さスケールを与える成長則。ここでは、Komori-Yoshino-Takayama(1999)を使った。

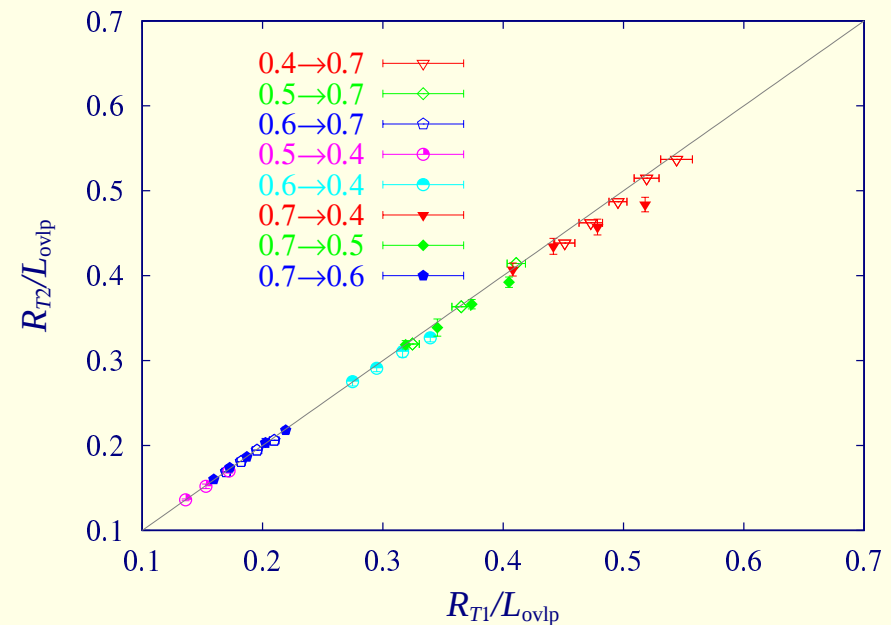
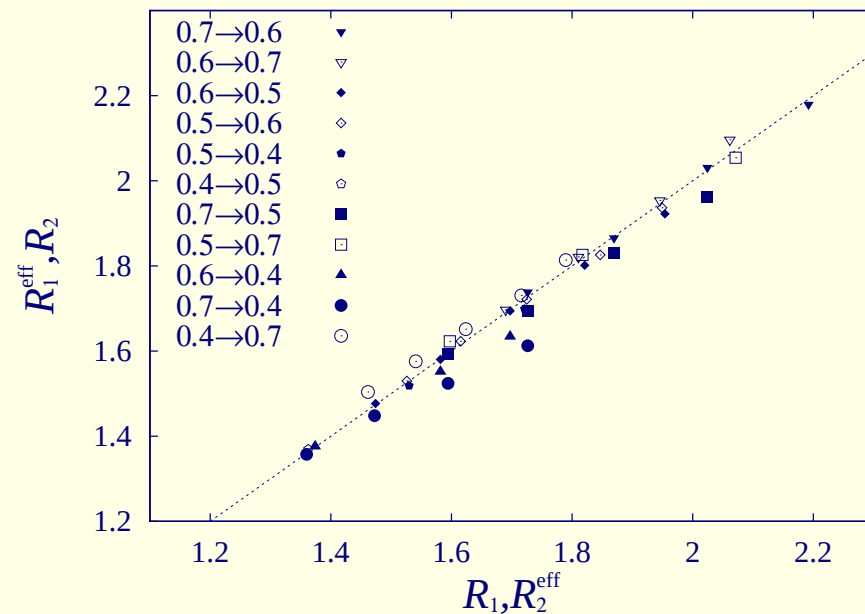


結果から分かること

- $R_1 = R_2$ ならば、(あいかわらず)cumulative memory
- chaos regime ならば、 t_w に依らず、 $R_2 = L_{\text{ovlp}}(|T_2 - T_1|)$

our MC Results

Takayama-Hukushima;cond-mat/0205276



$1/\zeta \sim 1.2$

$\Delta T = 0.3$ で t_w が大きいところで、 $R_1 = R_2$ からのズレが見える。

スケール解析をすると、 $1/\zeta \sim 1.0$

- 温度カオスの片鱗を見えたような気がする。
- 問題は、+ 温度シフトと - 温度シフトの結果が違う。
 - - シフトでcumulativeからずれていても、+ シフトはまだcumulativeのまま

Summary

- 帯磁率行列の固有モードの温度依存性という観点から、温度カオスの可能性を議論し、極めてそれを匂わす結果を得た。
 - 第一固有状態の温度依存性は、有限サイズスケーリングできる。その結果、無限小の温度摂動に対して、固有状態は相関が切れることを示唆している。
 - スケーリングの指数 ζ は、他の摂動に対する指数と同じ。
 - スケーリング関数の形が、ドロップレット励起からの予想と合う。
- エイジング実験のうち温度シフト過程に温度カオスに関係しそうな振舞い数値計算で見付けた。
 - $L_{T_1}(t_w) \ll L_{\text{ovlp}}$: cumulative memory
 - $L_{T_1}(t_w) \leq L_{\text{ovlp}}$: cumulativeからのずれ
 - $L_{T_1}(t_w) \gg L_{\text{ovlp}}$: chaotic behavior $\rightarrow$ rejuvenation?