

# 3次元ハイゼンベルグ模型における カイラリティ機構とスピングラス転移

福島 孝治

東京大学 物性研究所

<mailto:hukusima@issp.u-tokyo.ac.jp>

June 21, 2002

共同研究者

阪大理

東大物性研

川村 光

松本光弘

高山 一

## References:

K. Hukushima and H. Kawamura, Phys.Rev.E, **61**, R1008 (2000).

M. Matsumoto, K. Hukushima, and H. Takayama, cond-mat/0204225.

## はじめに

- 幾何学的フラストレーション
  - 3角格子 反強磁性体、カゴメ, パイロクロア
- 競合するランダムな相互作用
  - スピングラス

## 相転移と臨界現象

## スローダイナミクス： エイジング現象

6月21日

セッション VI 9:30-12:05 座長：網代芳民（九大理）

- 9:30-10:00 福島孝治（東大物性研）「3次元ハイゼンベルグ模型におけるカイラリティ機構とスピングラス転移」
- 10:00-10:15 中村統太（東北大工）「3次元ハイゼンベルグ模型におけるスピングラス転移」
- 10:15-10:30 今川大輔、川村光（阪大理）「ハイゼンベルグスピングラスの磁場中相転移」
- 10:30-10:55 谷口年史（阪大理）「スピングラス転移のカイラリティ機構の実験的側面：臨界現象とクロスオーバー」
- 10:55-11:25 高山一（東大物性研）「スピングラスにおけるエイジング現象 - 若返り温度カオス効果と記憶効果」
- 11:25-11:45 吉野元（阪大理）「スピングラスの特異な連続リエントラント転移-温度カオス効果 - と動的メモリー効果」
- 11:45-12:05 佐藤徹哉（慶応大理工）「光照射時におけるスピングラスのエイジング」

# Today's Contents

- これまでの研究、背景
- スピングラス転移に対するカイラリティ機構
- モンテカルロ計算による検証
  - 動的臨界現象を中心に
- まとめ

# Edwards-Anderson Model and Lower Critical Dimensions

## Lower Critical dimension

| dimensions        | 1 | 2 | 3 | ... | 6 | ... | $\infty$ (Mean-field model) |
|-------------------|---|---|---|-----|---|-----|-----------------------------|
| m=1 (Ising)       | × | × | ○ |     | ○ |     | ○ (SK model)                |
| m=2,3,.. (Vector) | × | × |   |     | ○ |     | ○                           |

# Edwards-Anderson Model and Lower Critical Dimensions

## Lower Critical dimension

| dimensions        | 1 | 2 | 3 | ... | 6 | ... | $\infty$ (Mean-field model) |
|-------------------|---|---|---|-----|---|-----|-----------------------------|
| m=1 (Ising)       | × | × | ○ |     | ○ |     | ○ (SK model)                |
| m=2,3,.. (Vector) | × | × | △ |     | ○ |     | ○                           |

- Experimental Spin-Glass Transition

⇒ isotropic Heisenberg model

- Weak magnetic anisotropy
- RKKY or Long range interaction
- Site disorder
- **Chirality mechanism**

# weak anisotropy effects: これまでの解釈

弱い磁気異方性が大変重要で、実験的には Ising SG 相転移が観測されている。

$$\text{cf. } d_{\text{LCD}}^{\text{Ising}} < 3$$

- Heisenberg-to-Ising のクロスオーバーは実験的には見えていない
- 臨界指数が Ising SG とはかなり違う

|                                              | $\nu$      | $\eta$       |
|----------------------------------------------|------------|--------------|
| Ising SG (EA model)                          | 1.8(2)     | -0.26(4)     |
| $\text{Fe}_{0.5}\text{Mn}_{0.5}\text{TiO}_3$ | $\sim 1.7$ | $\sim -0.35$ |
| Heisenberg SG: CuMn                          | 1.4        | 0.4          |

- 磁場-温度相図が Heisenberg SG の平均場理論とよく一致する。

## Olive-Young-Sherrington '86

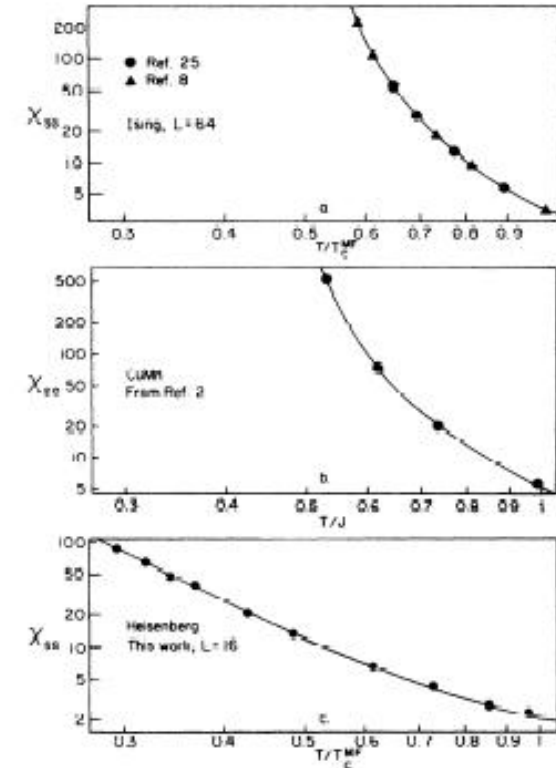


FIG. 5. (a) Plot of  $\chi_{\text{SG}}$  against  $(T/T_c^{\text{MF}})$  on a double logarithmic scale for a three-dimensional nearest-neighbor Ising spin glass. The data is from Refs. 8 and 25 and is for size  $L=64$ . At the temperatures plotted, finite-size effects are believed not to be important. (b) Experimental data from Ref. 2, plotted as in Fig. 2 of Ref. 28. Following Ref. 28 we set  $J = \sqrt{6} \times 8.39 \text{ K} = 20.55 \text{ K}$ . Our  $\chi_{\text{SG}}$  is called  $\chi_{\text{EA}}$  in Ref. 28. (c) Our present data for the three-dimensional nearest-neighbor Heisenberg model. Note that (a) and (b) are qualitatively similar and are consistent with a finite  $T_c$  whereas (c) looks qualitatively different and strongly suggests a power-law divergence of  $\chi_{\text{SG}}$  as  $T \rightarrow 0$ . The lines are guides to the eye.

# カイラリティ機構：Kawamura '92

## STEP 1

異方性のない系で、スピングラス秩序を伴わない**カイラルガラス相転移**が有限温度でおこる。

$$O(3) \longrightarrow \underbrace{Z_2}_{\text{対称性の破れ}} \otimes \underbrace{SO(3)}_{\text{保存}}$$

自発的  $Z_2$  対称性の破れにより、カイラリティはランダムに凍結するが、スピンはまだ回転の自由度を持っている

**スピン-カイラリティ分離**

| phase    | CG LRO | SG LRO |
|----------|--------|--------|
| CG phase | ○      | ×      |
| なし       | ×      | ○      |
| SG phase | ○      | ○      |
| paramag. | ×      | ×      |

## STEP 2

ランダムな磁気異方性がカイラリティとスピンを**混ぜる**。

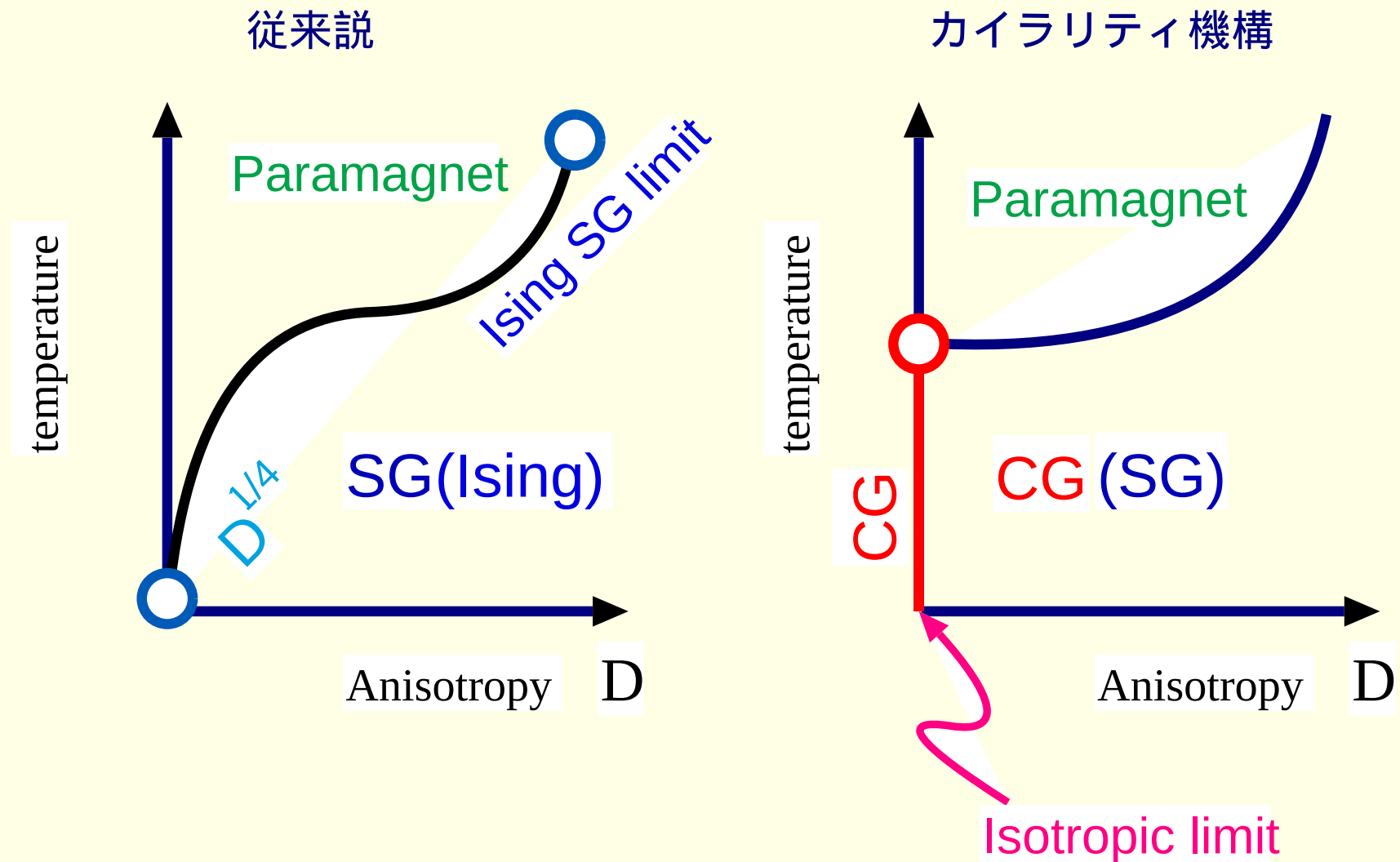
$$O(3) \longrightarrow \underbrace{Z_2}_{\text{対称性の破れ}} \otimes \cancel{SO(3)}$$

$Z_2$  対称性が破れてしまうと、同時にスピンも固まる。

- スピングラス相の性質はカイラルガラス相の性質で決まる
- スピングラス転移の臨界指数はカイラルガラスと同じはず

**スピン-カイラリティ混成**

# 異方性-温度相図



## STEP1: スピングラス相転移は無いか？

---

- スピングラス相転移無し
  - 基底状態計算:
    - \* Banavar-Cieplak, PRL **48**, 832 (1982).
    - \* McMillan, PRB **31**, 342 (1985).
  - 有限温度MC計算:
    - \* Olive-Young-Sherrington, PRB **34**, 6341 (1986).
    - \* Matsubara-Iyota-Inawashiro, PRL **67**, 1458 (1991).
    - \* Yoshino-Takayama, EuroLett **22**, 631 (1993). (dynamics)
- カイラリティ機構: Kawamura, PRL **68**, 3785 (1992).

## STEP1: スピングラス相転移は無いか？

---

- スピングラス相転移無し
  - 基底状態計算:
    - \* Banavar-Cieplak, PRL **48**, 832 (1982).
    - \* McMillan, PRB **31**, 342 (1985).
  - 有限温度MC計算:
    - \* Olive-Young-Sherrington, PRB **34**, 6341 (1986).
    - \* Matsubara-Iyota-Inawashiro, PRL **67**, 1458 (1991).
    - \* Yoshino-Takayama, EuroLett **22**, 631 (1993). (dynamics)
- カイラリティ機構 : Kawamura, PRL **68**, 3785 (1992).
  - カイラルガラス転移あり:
    - \* Kawamura, JPSJ **64**, 26 (1995).
    - \* Kawamura, PRL **80**, 5421 (1998).
    - \* Hukushima-Kawamura, PRE **61**, R1008 (2000).

## STEP1: スピングラス相転移は無いか？

---

- スピングラス相転移無し
  - 基底状態計算:
    - \* Banavar-Cieplak, PRL **48**, 832 (1982).
    - \* McMillan, PRB **31**, 342 (1985).
  - 有限温度MC計算:
    - \* Olive-Young-Sherrington, PRB **34**, 6341 (1986).
    - \* Matsubara-Iyota-Inawashiro, PRL **67**, 1458 (1991).
    - \* Yoshino-Takayama, EuroLett **22**, 631 (1993). (dynamics)
- カイラリティ機構 : Kawamura, PRL **68**, 3785 (1992).
  - カイラルガラス転移あり :
    - \* Kawamura, JPSJ **64**, 26 (1995).
    - \* Kawamura, PRL **80**, 5421 (1998).
    - \* Hukushima-Kawamura, PRE **61**, R1008 (2000).
- スピングラス転移あるかも
  - Matsubara-Shirakura-Endoh, PRB **64**, 09412 (2001).
  - Nakamura-Endoh, cond-mat/0110017.

# Model and Observables

## 3次元古典ハイゼンベルグSG模型

$$\mathcal{H} = - \sum_{\langle ij \rangle} J_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j + \sum_{\langle ij \rangle} D_{ij}^{\mu\nu} S_i^\mu S_j^\nu$$

- ランダムな相互作用

- $J_{ij}$ : bimodal dist.
- $D_{ij}^{\mu\nu}$ : Uniform dist.

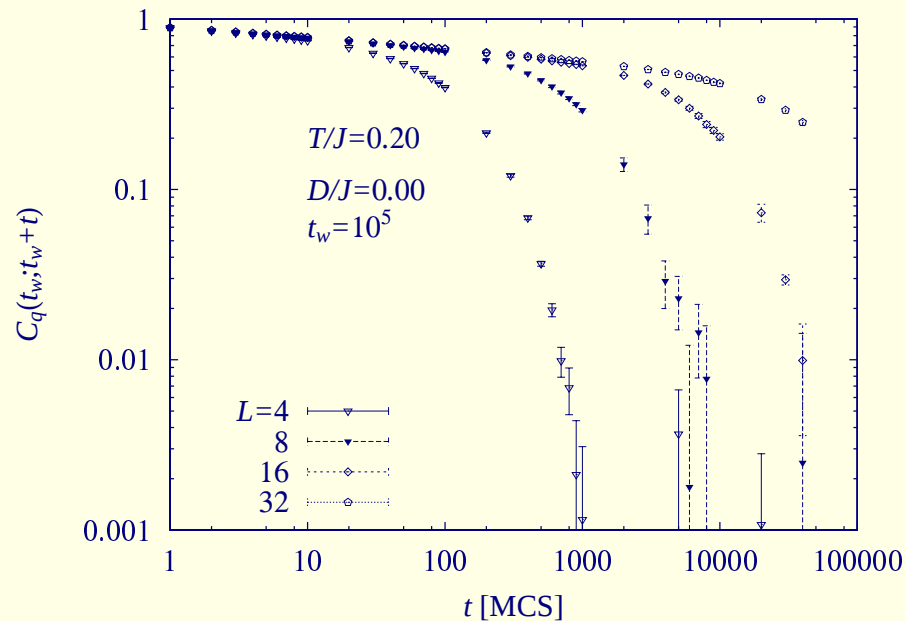
モンテカルロ法による計算

## 秩序変数:重なり関数

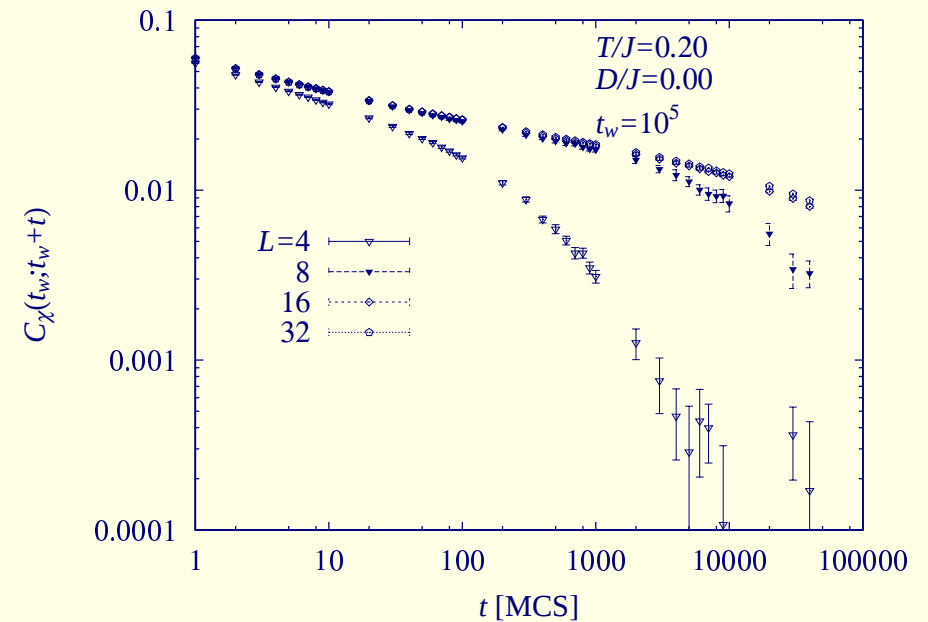
- **Spin Sector**:  $q_{\mu\nu} = \frac{1}{N} \sum_i S_{i\mu}^{(\alpha)} S_{i\nu}^{(\beta)}$ 
  - スピングラス帯磁率 (秩序変数)
$$\chi_{\text{SG}} = N \sum_{\mu\nu} \langle q_{\mu\nu}^2 \rangle$$
  - スピングラス動的相関関数
$$C_q = \frac{1}{N} \sum_i \langle \vec{S}_i(t_w) \cdot \vec{S}_i(t_w + t) \rangle$$
- **Chiral Sector**:  $q_\chi = \frac{1}{3N} \sum_{i\mu} \chi_{i\mu}^{(\alpha)} S_{i\nu}^{(\beta)}$ 
  - with  $\chi_{i\mu} = \vec{S}_{i-\hat{\mu}} \cdot \vec{S}_i \times \vec{S}_{i+\hat{\mu}}$
  - カイラルグラス帯磁率 (秩序変数)
$$\chi_{\text{CG}} = N \sum_{\mu\nu} \langle q_\chi^2 \rangle$$
  - スピングラス動的相関関数
$$C_\chi = \frac{1}{3N} \sum_i \langle \vec{\chi}_i(t_w) \cdot \vec{\chi}_i(t_w + t) \rangle$$

# 等方的な系での自己相関時間

## Spin sector



## Chiral sector



- 低温相では、自己相関関数は秩序変数に収束する
- 有限系の特徴的な時間スケール $\tau(T, L)$ は、動的臨界現象を示す。

$$T = T_c \longrightarrow \tau(T_c, L) \simeq L^z$$

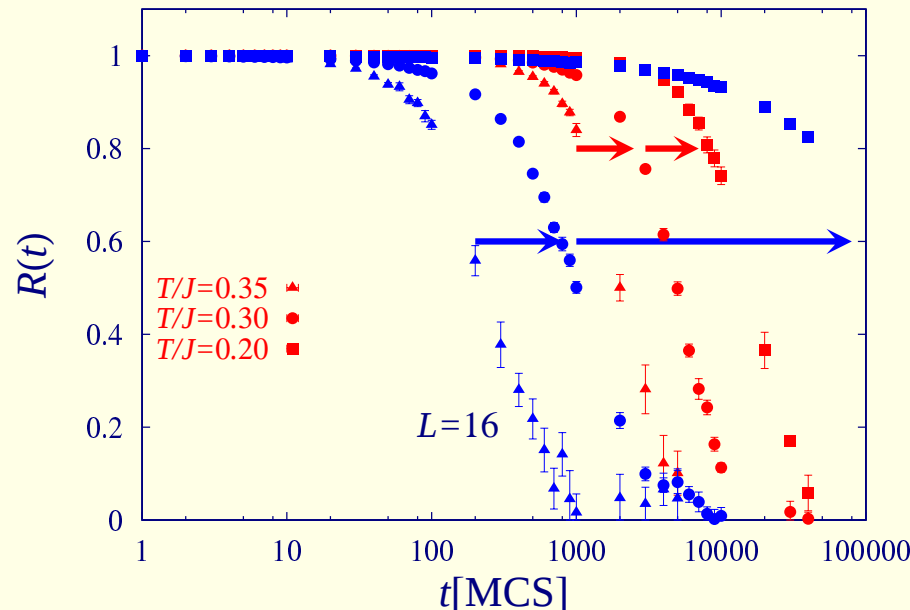
# 等方的な系での相関時間のクロスオーバー

## 遅い緩和モードの抽出

$$R(t; T, L) = \frac{\langle \vec{S}_i(t_0) \cdot \vec{S}_i(t_0 + t) \rangle}{\sqrt{\langle (\vec{S}_i(t_0) \cdot \vec{S}_i(t_0 + t))^2 \rangle}}$$

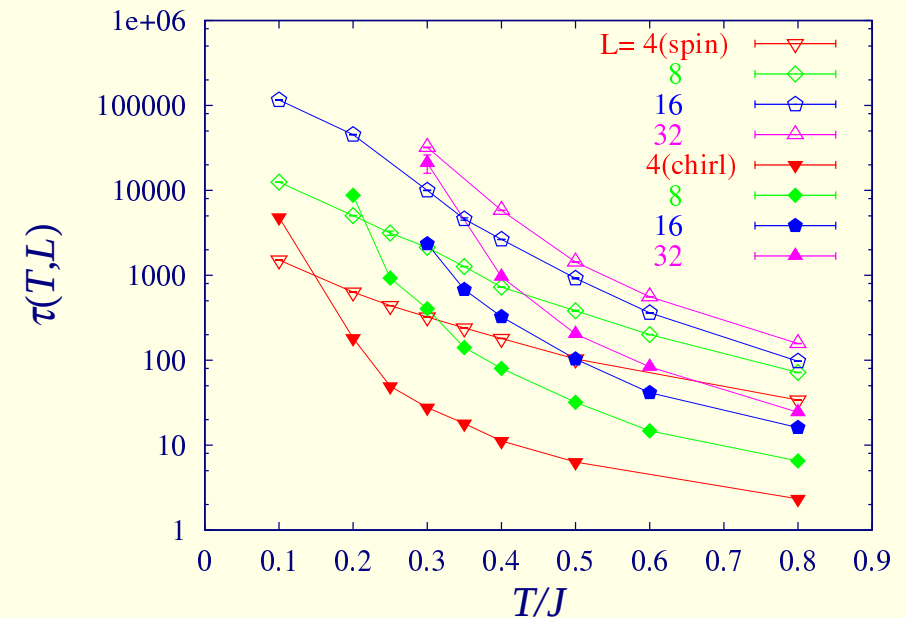
Ratio 関数の導入

$$= \frac{\text{回転モード}}{\text{回転不変モード}}$$



温度低下とともに chiral sector の緩和モードが  
どんどん遅くなる

## 緩和時間の温度・サイズ依存性



## SG から CG へのクロスオーバー

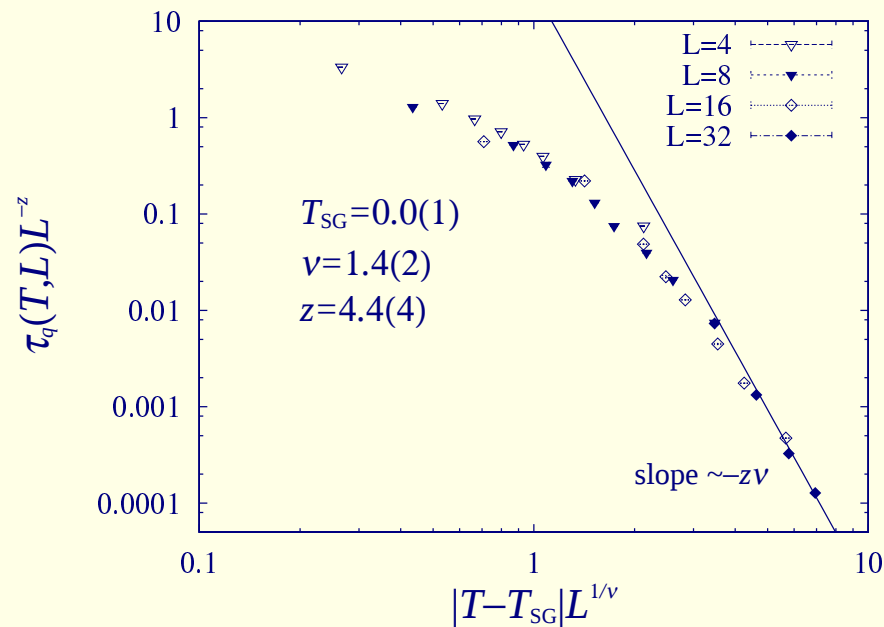
低温では CG が長時間の振舞いを支配

# 等方的な系での動的臨界現象

## 有限サイズスケーリング

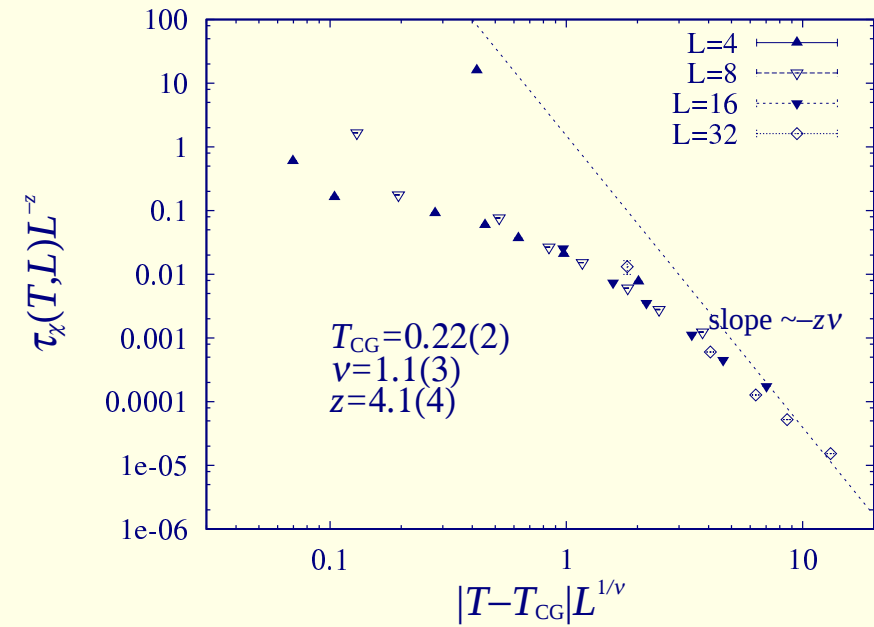
$$\tau(T, L) = L^z f((T - T_C)L^{1/\nu})$$

### スピングラス相関時間のFSS



consistent with  $T_{SG} = 0$

### カイラルガラス相関時間のFSS



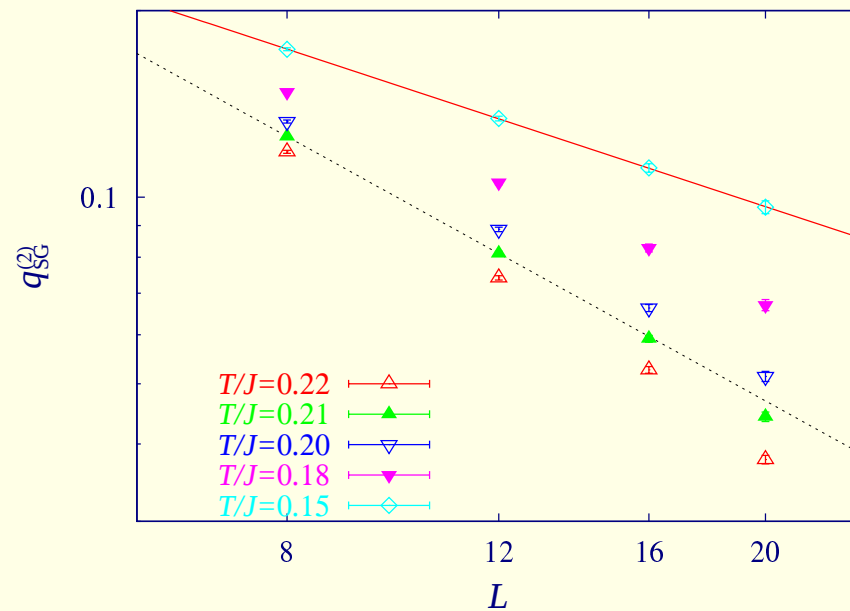
$T_{CG}/J \simeq 0.22$

⇒ 有限温度でスピングラス転移を伴わないカイラル秩序の形成

# 等方的な系でのスピングラスとカイラルガラス: Statics

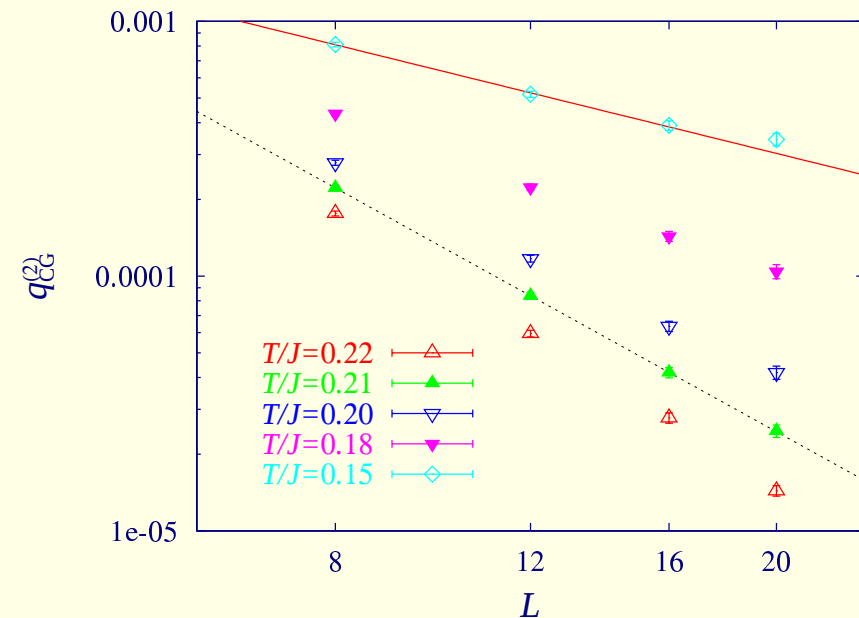
## 低温での squared order parameter のサイズ依存性

$$q_{\text{SG}}^{(2)}(L) = \left[ \left\langle \sum_{\mu\nu} \left( \frac{1}{N} \sum_i S_{i\mu}^{(\alpha)} S_{i\nu}^{(\beta)} \right)^2 \right\rangle \right]$$



$q_{\text{SG}}^{(2)}$  は高々巾的に減衰  
 $T = T_{\text{CG}}$  では巾関数よりもはやく消える。  
 $\Rightarrow$  SG 転移は起きたとしても、 $T_{\text{CG}}$  以下

$$q_{\text{CG}}^{(2)}(L) = \left[ \left\langle \left( \frac{1}{3N} \sum_{i\mu} \chi_{i\mu}^{(\alpha)} \chi_{i\mu}^{(\beta)} \right)^2 \right\rangle \right]$$



$q_{\text{CG}}^{(2)}$  は低温で有限値へ漸近  
 $T_{\text{CG}}/J \simeq 0.21$

# スピングラス秩序変数の分布関数(対角成分)

## 重なり関数の対角成分

$$q' \equiv \frac{1}{N} \sum_i (S_{ix}^{(1)} S_{ix}^{(2)} + S_{iy}^{(1)} S_{iy}^{(2)} + S_{iz}^{(1)} S_{iz}^{(2)})$$

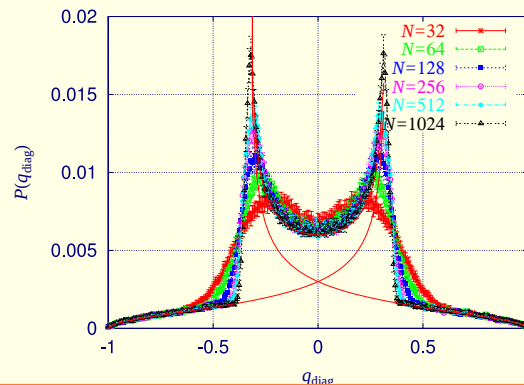
$$P(q_{\text{diag}}) = [\langle \delta(q' - q_{\text{diag}}) \rangle]$$

## 分布関数の形

- $q_{\text{EA}}$  と  $O(3)$  回転の寄与
- 各成分はランダム

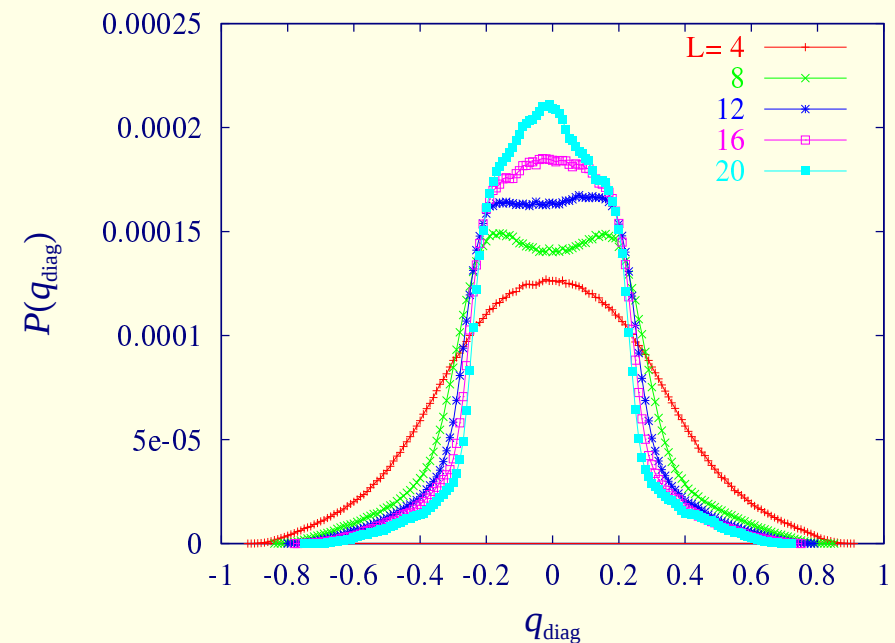
$\Rightarrow \pm \frac{1}{3} q_{\text{EA}}$  に発散ピーク

## Toy model (Imawaga-Kawamura)



## • 秩序変数の分布関数

–  $\pm J$  分布 at  $T/J = 0.15 < T_{\text{CG}}$



シングルピークしかみえない

# カイラルガラス相の特徴

## ● 臨界現象

|          | Simulations            |                                 | Experiments                                                         |                              |
|----------|------------------------|---------------------------------|---------------------------------------------------------------------|------------------------------|
|          | Ising SG<br>(EA model) | Heisenberg SG<br>(Chiral Glass) | Ising SG<br>(Fe <sub>0.5</sub> Mn <sub>0.5</sub> TiO <sub>3</sub> ) | Heisenberg SG<br>CuMn & AgMn |
| $\beta$  | $\sim 0.77$            | $\sim 1.1$                      | $\sim 0.54$                                                         | 1.0(1)                       |
| $\gamma$ | 4.1(5)                 | $\sim 1.5$                      | 4.0(3)                                                              | 2.2(1)                       |
| $\nu$    | 1.8(2)                 | $\sim 1.2$                      | $\sim 1.7$                                                          | $\sim 1.4$                   |
| $\eta$   | $-0.26(4)$             | $\sim 0.8$                      | $\sim -0.35$                                                        | $\sim 0.4$                   |

- カイラルガラス転移の指数はイジングスピングラスと異なる。
- むしろ、異方性の弱い系(カノニカルスピングラス)の臨界指数に近い。

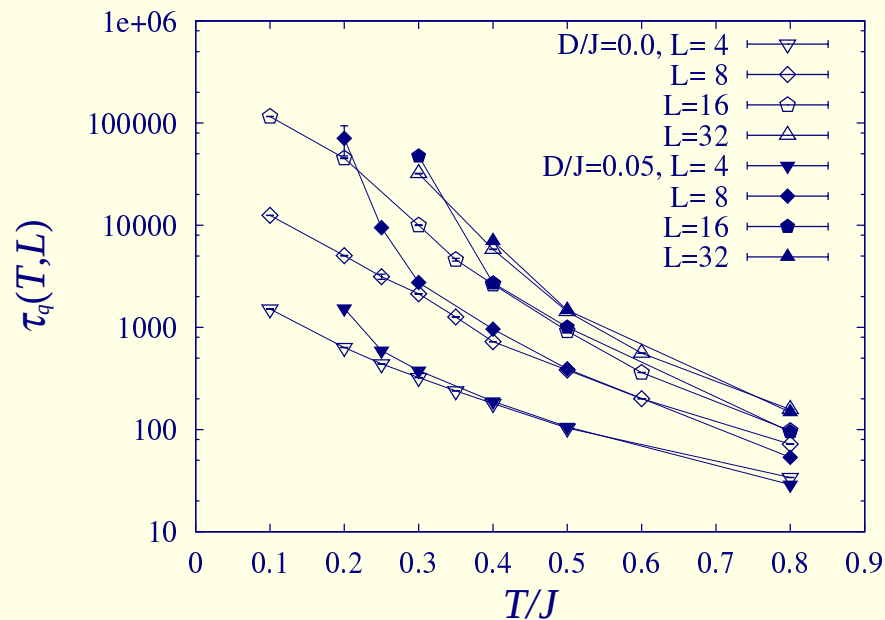
## ● 低温相の性質

- 1 step RSB 的な傾向  $\longleftrightarrow$  Ising SG とはちがう
- self-averaging の破れ

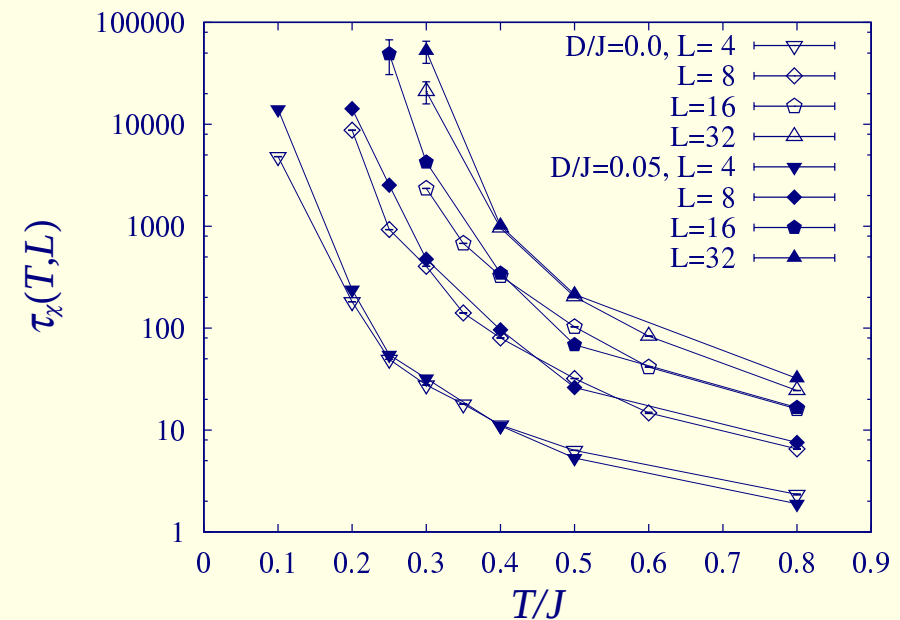
## STEP 2: 異方性のある系での相関時間

- $D/J = 0.05$

### スピングラス相関時間



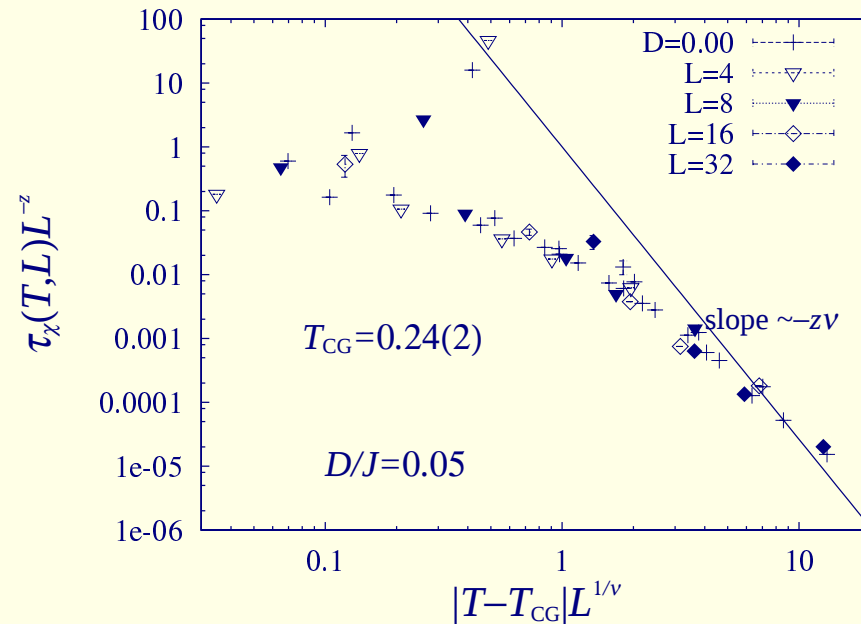
### カイラルガラス相関時間



- カイラルガラス相関時間は、異方性  $D$  に対して insensitive
- スピングラス相関時間は、急峻に増加

# 異方性のある系での動的臨界現象

## カイラルガラス相関時間のFSS



## 動的有限サイズスケーリング

- 普遍性
  - 臨界指数
  - スケーリング関数

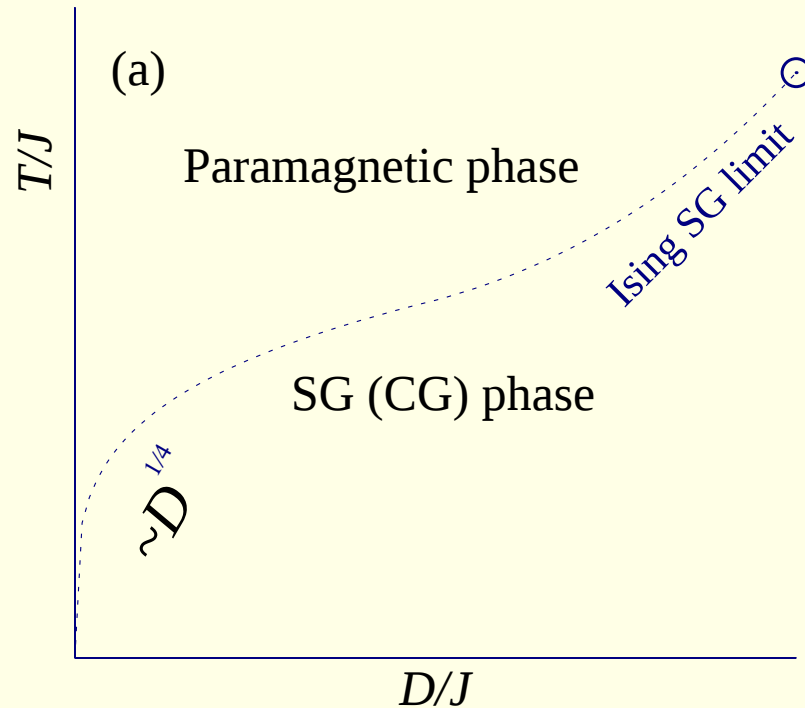
カイラルガラス転移の普遍性は、異方性  $D$  の有無のよらない

もしも。。

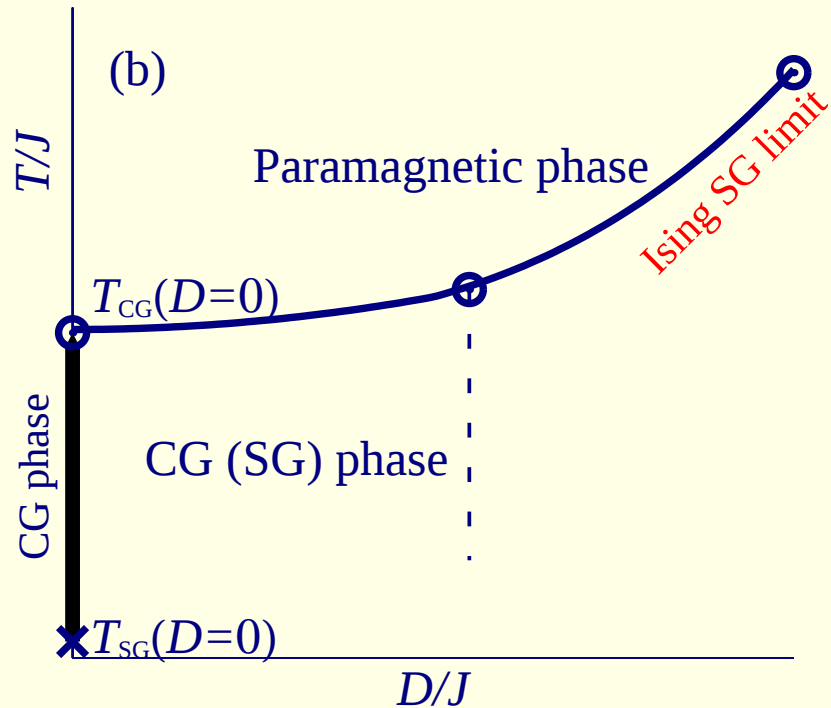
- 異方性の無いときに有限温度でSG転移があるとする
- その結果として、CG転移しているように見える
- 異方性をいれると、対称性が変わるのでSG転移の Universality class は変わるはず
- その結果として、異方性のある系でのCG転移の Universality class もかわってみえる

# 異方性-温度相図:再び

従来説



カイラリティ機構



## まとめ

- 3次元ハイゼンベルグスピングラス模型の臨界現象をモンテカルロ法で調べた。カイラリイ機構と矛盾しない結果を得た。
  - 等方的な場合
    - \* 有限温度のカイラルガラス相転移の存在、そのときスピングラス転移は起さない
    - \* イジングスピングラスとの顕著な違い
      - ・ 臨界指数：カノニカルスピングラスの値に近い
      - ・ 低温相の性質
  - 異方性のある場合
    - \* スピングラスの振舞に顕著な変化
    - \* 平衡緩和には、カイラリースピン混成の兆候
- 今後の課題
  - スピングラス相転移の臨界指数、固定点の構造