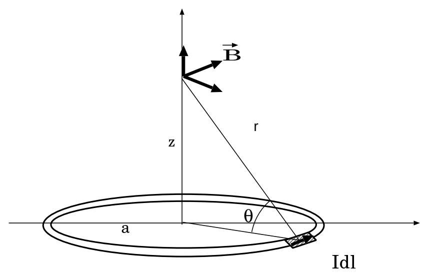
9-1 環状電流の作る磁場

半径 a の円電流 I が中心軸上にて円の中心から z の距離にあるに作る磁場を求める (一般の位置での磁場を求めるのはちょっと難しい．できなくはない．)．対称性から，軸上における$\boldsymbol{B}$の方向は軸方向になる．軸に垂直方向は円の軸対称の位置の電流要素が作る磁場と完全にキャンセルする．図のように，電流要素から観測位置へのベクトルと環状電流の流れている面との角度を θ として，磁場の z 軸方向の成分を B_z とすると，



$$
\begin{aligned}
B_z &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{Idl}{r^2} r \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\cos\theta \\
&\downarrow \quad (\cos\theta = a/r) \\
&= \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{aIdl}{r^3} = \frac{\mu_0 I a^2}{2r^3} = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2+z^2)^{3/2}}.
\end{aligned}
$$

となる．

実は，もう少し計算を進めると，この環状電流の作る磁場が電気双極子モーメントの作る電場と同じであることが分かる．ここではその一端に振れることにする．環状電流のつくる面積は，$S = \pi a^2$ であり，$a \ll z$ の条件では，

$$
\begin{aligned}
B_z &\simeq \frac{\mu_0 I S}{2\pi z^3} \\
\mu_0 &\leftrightarrow \frac{1}{\epsilon_0} \\
\boldsymbol{m} = \frac{S}{2}\boldsymbol{e}_z = \frac{\pi a^2 I}{2} &\leftrightarrow \boldsymbol{p} = 2aq\boldsymbol{e}_z.
\end{aligned}
$$

環状電流と磁気双極子 (小さい磁石) はそれら作る磁場が同じという意味で等価である．電気双極子の場合に正負の電荷が別々に考えられたのと対称的に，磁石の素がこの環状電流だとすれば，N 極 S 極はバラバラには取り出せない (気がする)．