ノート (電磁気 A)
福島孝治 (東大院総合文化)
ver. 1.0: 2004.11.19

# 補足： ストークス (Stokes) の定理

ベクトル場$\boldsymbol{A}$の回転 (rot) について一般に成り立つストークス定理は,

$$\int_S \boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{A}\mathrm{d}S = \oint_C \mathrm{d}\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{A} \tag{1}$$

である.

- 右辺は, **ある閉曲線**C についてのベクトル場の線積分である.
- 左辺の被積分関数には, 微分演算子ナブラ $\nabla$

$$\nabla \equiv \boldsymbol{e}_x\frac{\partial}{\partial x} + \boldsymbol{e}_y\frac{\partial}{\partial y} + \boldsymbol{e}_z\frac{\partial}{\partial z} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

とベクトル場$\boldsymbol{A}$とのベクトル積

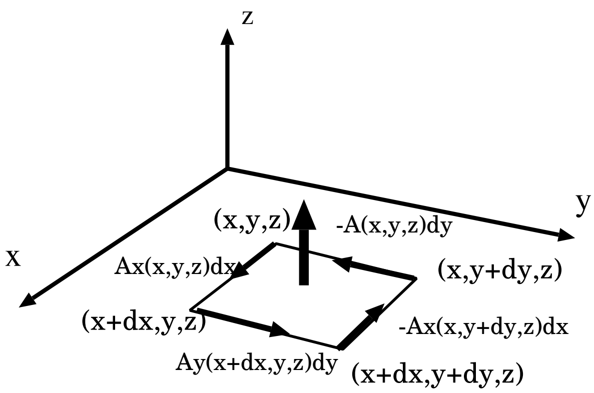
$$\nabla\times\boldsymbol{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}, \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}, \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right) = \mathrm{rot}A$$

があり, これは**ベクトル場の回転 (rotation)** と呼ばれている. その積分は閉曲線 C で囲まれた**閉じた曲面**での面積分であり, 被積分関数はベクトル場の回転と面上での法線ベクトルとの内積である.

このストークスの定理はガウスの定理と並んで, ベクトル場を解析する上でよく使われる定理である.

証明：

ガウスの定理の証明でも行ったように, 左辺から右辺が出て来る様子を見ることにする. まず, 簡単のために $xy$ 平面に平行な微小な面を考える. 面積要素を $dS = \Delta x\Delta y$ とすると, 法線ベクトル$\boldsymbol{n}$は $z$ に平行になるので, 積分の寄与は,




$$n_z(\nabla\times\boldsymbol{A})_z dS = n_z\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\Delta x\Delta y$$

となるが, これは偏微分の定義,

$$\frac{\partial}{\partial x}A_y = \frac{A_y(x+\Delta x, y, z) - A_y(x,y,z)}{\Delta x}, \quad \frac{\partial}{\partial y}A_x = \frac{A_x(x, y+\Delta y, z) - A_x(x,y,z)}{\Delta y},$$

を使えば，左辺は,

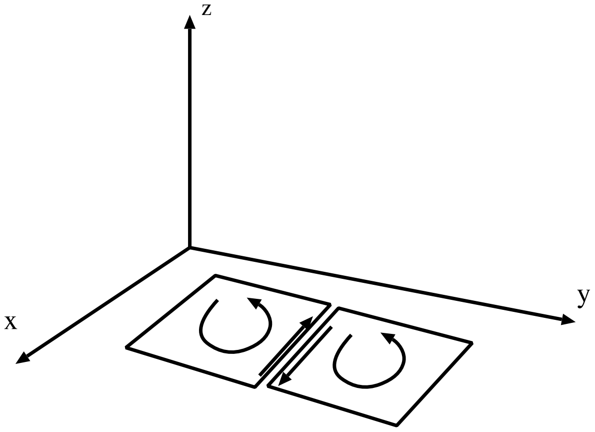
$$\boldsymbol{n}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A})\,dS = A_y(x+\Delta x,y,z)\Delta y - A_y(x,y,z)\Delta y - A_x(x,y+\Delta y,z)\Delta x + A_x(x,y,z)\Delta x$$

となる．これは，図に書いてみるとわかるように，点 $(x,y,z)$ から出発して，反時計回りに面積要素 $dS$ の周囲を循環 (回転) する線積分に他ならない．すなわち,

$$\int_{\text{閉曲面で囲まれた微小面積}} \boldsymbol{n}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A})\mathrm{d}S = \oint_{\text{微小閉曲面}} d\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{A} \tag{2}$$

となり，微小面積 $dS$ の場合は式 (1) が成り立っていることが示せた．

次にこの閉曲面が 2 つ並んでいる場合を考える．全体を一つの閉曲面 $S$ と考えることは，2 つの閉曲線で囲まれた面 $S_1, S_2$ を別々に考えることは同じことになる．右辺の線積分領域の違いは，2 つに分けて考えた場合は境界に余計に入る 2 本の線 (についての積分) だが，ここでの線積分の方向は逆方向であるので，その線での寄与はいつでもキャンセルされている．このことから,



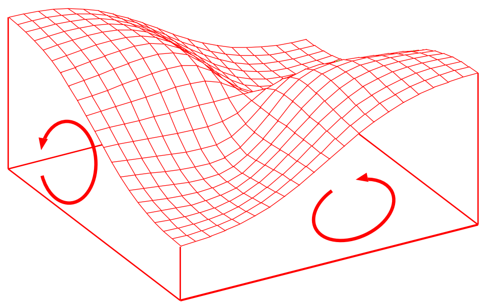

$$\begin{aligned}\int_{\text{全平面}\,S} \boldsymbol{n}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A})\mathrm{d}S &= \int_{\text{部分面}\,S_1} \boldsymbol{n}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A})\mathrm{d}S + \int_{\text{部分面}\,S_2} \boldsymbol{n}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A})\mathrm{d}S \quad (3)\\ &= \left(\oint_{\text{微小閉曲面}\,C_1} + \oint_{\text{微小閉曲面}\,C_2}\right) d\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{A} \\ &= \oint_{\text{S を囲む閉曲面}\,C} d\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{A} \quad (4)\end{aligned}$$

となり，2 つの閉曲面の場合にも成り立つことが示せた．このまま広い閉曲面の場合にも細かく分割することで同様に示せる．

さて，平坦な平面については証明できたとすると，次に一般の面についての場合が気になる．今、対象となるウネウネ平面を平坦な面で囲んでしまった閉曲面 $S$ を考える (右図)。そこで、ベクトル場 $\nabla\times\boldsymbol{A}$ に対するガウスの定理 (発散定理) は、

$$\int \nabla\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A})\,dV = \int \boldsymbol{n}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A})\,dS \tag{5}$$

ところで、左辺はベクトル場の性質よりゼロになる ($\nabla\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A})=0$)。



上のウネウネ面についての Stokes の定理を示したい。こんな図でイメージつかめるだろうか?

一方で、右辺は、

$$\int \boldsymbol{n}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A})\,dS = \int_{\text{ウネウネ}} + \int_{\text{平坦}} \boldsymbol{n}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A})\,dS = 0 \tag{6}$$

となるので、次のようになる。

$$\int_{\text{ウネウネ}} \boldsymbol{n}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A})\,dS = -\int_{\text{平坦}} \boldsymbol{n}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A})\,dS \tag{7}$$

右辺には、(すでに示した)Stokes の定理を使って、それぞれウネウネ面を囲んでいる平坦面の回りの線積分の和に置き換えられる。

$$\begin{aligned}\int_{\text{ウネウネ}} \boldsymbol{n}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A})\,dS &= -\left(\int_{-C_1} + \int_{-C_2} + \cdots\right)\boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{x} \\ &= \int_{\text{ウネウネ周回}} \boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{x} \end{aligned}\tag{8}$$

というわけで、ウネウネしていてもよいことがわかる。

---

## - not so Frequently Asked Questions -

**問い 1.** 無限に広い平板に一様に分布する電荷の作る電場をガウスの法則から考察せよ.

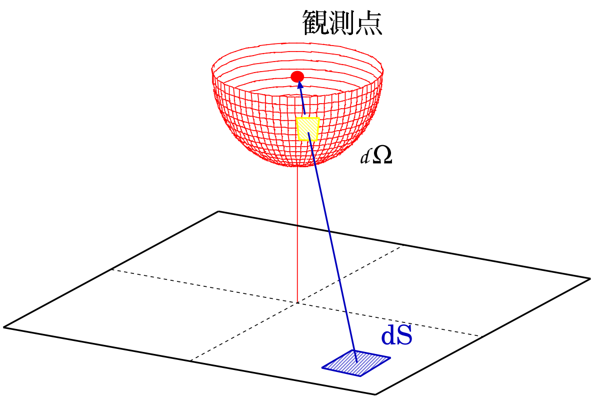
**問い 2.** 同じ結果を立体角の考え方を使って示せ.

前回のプリントで積分を実行する方法で求めた．ガウスの法則でも同じ答えがでる．さらに立体角を使っても導出することができる[1]．まず，対称性から電場の平面に水平成分はキャンセルするので，垂直成分 $E_z$ のみを考える．

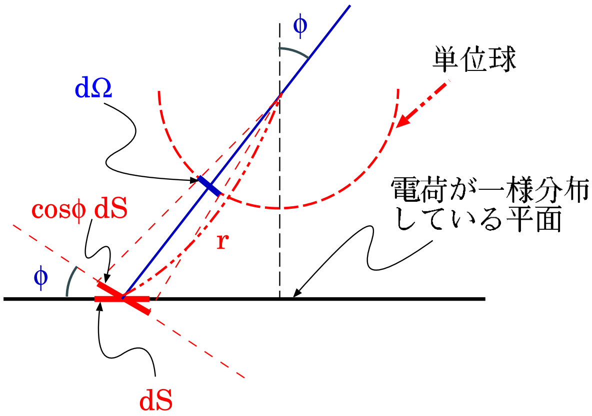
観測点から距離 $r$ にある平面上の面積要素 $dS$ が作る電場 $dE_z$ は,

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma\cos\phi}{r^2}dS \tag{9}$$

ここで, $\sigma$ は電荷の面密度で, $\phi$ は観測点からの面積要素の位置ベクトル$\boldsymbol{r}$と平面となす角度である。面積要素 $dS$ からの寄与を観測点から見たときに, 平面全体の積分を単位球上の積分に置き換えてみる (右の図のように).




[1]立体角の使いかたがわからないというリクエストに答えてみた.




面積要素が観測点に対して張る立体角 $d\Omega$ は，観測点を中心とする単位球上の面積要素 $dS$ を見込む表面積である．また，面積要素 $dS$ を通る観測点を中心とする球上への $dS$ の射影 $dS'$ は，$dS' = \cos\phi dS$ と表される．面積要素 $dS$ と立体角の関係は，

$$1 : r^2 = d\Omega : \cos\phi dS$$

であることから，

$$dS = \frac{r^2}{\cos\phi} d\Omega \tag{10}$$

となる．

平面全体の寄与は，

$$\begin{aligned} E_z &= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0}\int_{\text{平面全体}} \frac{\cos\phi}{r^2} dS \\ &= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0}\int_{\text{単位半球}} d\Omega \\ &= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} 2\pi 1^2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \end{aligned} \tag{11}$$

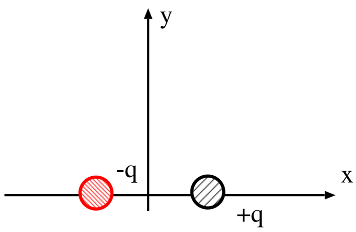
積分して求めた答えと同じ式が出てきた．

---

# 第一回物理学 A レポート問題 解答例

**問題 1 「2 つの異なる電荷のつくるクーロン電場」：** 右図のように，正電荷 $q$ と負電荷 $-q$ を距離 $a$ だけ離して $x$ 軸上に置く．この 2 つの電荷が作る電場を考える．

1. $y$ 軸上で，原点から距離 $y$ の点にある位置における電場$\boldsymbol{E}$を求めよ．$y \gg a$ であると仮定して求めよ．
2. $x$ 軸上で，原点から距離 $x$ の点にある位置における電場$\boldsymbol{E}$を求めよ．$x \gg a$ であると仮定して求めよ．
3. * 2 つの電荷から十分に離れた位置における電場$\boldsymbol{E}$を求めよ．




重ね合わせの原理をつくって，電荷の作る電場を求めてみようというのが，この問題の趣旨である．

正負の電荷の位置をそれぞれ $r_\pm(\pm a/2, 0, 0)$ とする[2]．さて，まず解答に行く前に，ガウスの法則を使って何がわかるかを考えてよう．この二つの電荷を囲むような閉曲面を考えると，ガウスの法則の右辺 (総電荷量) はゼロになる．よって，左辺もゼロになるが，これは電場がゼロであることではない．その閉曲面を垂直に出て行く電場の大きさの**総量**がゼロなだけ，つまり出て行く量と入って来る量が同じである．残念ながら，これ以上のことはガウスの法則からはわからない．

**1．$y$ 軸上での観測**　観測点の座標を $\boldsymbol{x}(0, y, 0)$ とする．この点と正負電荷間の距離はどちらも同じであるから，この位置での電場の大きさは同じである．また，電場の $y$ 成分は正負で大きさは同じで方向が逆なので，重ね合わせるとゼロになる．$z$ 成分はないので，$x$ 成分だけ求めればよい．まず，それぞれの電荷が位置$\boldsymbol{x}$に作る電場の大きさ $E$ は，$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{y^2+a^2/4}$ であるので，$x$ 成分は，

$$E_x = 2E\frac{a/2}{\sqrt{y^2+a^2/4}} = \frac{qa}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{(y^2+a^2/4)^{3/2}} = \frac{qa}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{y^3}\left(1+\frac{a^2}{4y^2}\right) \simeq \frac{qa}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{y^3}$$

となる．最後に $y \gg a$ の条件より，$(a/y)^2$ は小さいとして無視した．よって，答えは，

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}) = \left(\frac{qa}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{y^3}, 0, 0\right) \tag{12}$$

**2．$x$ 軸上での観測**　観測点を $\boldsymbol{x}(x, 0, 0)$ とすると，この場合もやはり $x$ 成分の電場しかない．その値は，

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{q}{(x-a/2)^2} - \frac{q}{(x+a/2)^2}\right] = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{x^2}\left[\left(1-\frac{a}{2x}\right)^{-2} - \left(1+\frac{a}{2x}\right)^{-2}\right] \simeq \frac{aq}{2\pi\epsilon_0}\frac{1}{x^3}.$$

前問と同様に距離の 3 乗に逆比例する形になった[3]．

**3．一般の場合**　さて，一般的に距離の逆 3 乗則が成り立っているだろうか．それを確かめるのがここでの問題である．前問と同様にそれぞれの電荷が作る電場を重ね合わせればよいが，ここではずるをして，電位を経由して求めてみる．それぞれの電荷が持っているクーロン電位を 2 つ重ね合わせることで位置$\boldsymbol{x}(x, y, z)$ での電位 $\phi(\boldsymbol{x})$ を求める．

$$\phi(\boldsymbol{x}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{(x-(a/2))^2+y^2+z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x+(a/2))^2+y^2+z^2}}\right] \tag{13}$$

位置 $|\boldsymbol{x}|$ が電荷間の距離 $a$ に比べて非常に大きい時にどのようになるかを考える．まずは，$a/x \ll 1$ として，$a/x = 0$ の回りでの展開すると，

$$(x \pm (a/2))^2 = x^2\left(1 \pm a/x + O\left((a/2x)^2\right)\right) \simeq x^2 \pm ax$$

[2]図でこのことを示したつもりであったが，何人かの学生から $y$ 軸の設定が不明との指摘を受ける．そんなときはきちんと指摘をするか，あるいは自分で都合のよいように設定しよう．

[3]点電荷のクーロン電場は $\frac{1}{r^2}$ に比例し，一様に分布した直線電荷の作る電場は $\frac{1}{r^1}$ に，一様に分布した平面電荷の作る電場は $\frac{1}{r^0}$ に比例していた．そして，今回は，2 つの同じ電荷量の点電荷の作る電場は $\frac{1}{r^3}$ になることがわかった．

であるから，クーロン電位のそれぞれの項は，

$$((x \pm a/2)^2 + y^2 + z^2)^{-1/2} \simeq (x^2 + y^2 + z^2 \pm ax)^{-1/2} \simeq \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \mp \frac{ax/2}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

となり，式 (13) は，

$$\begin{aligned} \phi(\boldsymbol{x}) &\simeq \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{ax}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \\ &\downarrow \quad \text{ここで，} \quad \boldsymbol{p} = (aq, 0, 0), \boldsymbol{R} = (x, y, z) \text{ を使えば，} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{R}}{|\boldsymbol{R}|^3} \end{aligned} \tag{14}$$

となる．これは電気双極子と呼ばれている系であり，$\boldsymbol{p}$を電気双極子モーメントと呼ぶ．この電位から電場を求めてみる．$|\boldsymbol{p}| = p = aq$ として，

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial}{\partial x}\phi = -\frac{p}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{|\boldsymbol{R}|^3} - \frac{3x^2}{|\boldsymbol{R}|^5}\right). \\ E_y &= -\frac{\partial}{\partial y}\phi = \frac{p}{4\pi\epsilon_0}\frac{3yx}{|\boldsymbol{R}|^5}, \\ E_z &= -\frac{\partial}{\partial z}\phi = \frac{p}{4\pi\epsilon_0}\frac{3xz}{|\boldsymbol{R}|^5}, \end{aligned}$$

となる．ところで，こんな双極子とは何なのよ．というのは，自然な疑問である．正負の電荷が対で置かれている状況は，導体でない物質に電場をかけたときのミクロな世界で起きていることのモデル化になっている．つまり，導体ならば，自由電子が電場を中和するように再配列できるが，誘電体では電子は物質中を自由に動きまわれず，ミクロな単位 (原子) 内で電場の方向に移動すると考えるわけだ．誘電体では，この電気双極子が沢山つまっている状況を一つのモデルとして考えることができる．また，水分子などの分子構造が対称でない分子も双極子モーメントをもっている．

- **問い：**一様な電場の中に置かれた双極子モーメントはどっちの方向を向だろうか?

- **問い：**双極子モーメントの近くにある別の双極子モーメントはどっちの方向を向だろうか?

これが，電荷を持たず，電気の流れない紙が下敷に引きつけられる理由に近付けるでしょう (か?).

**問題 2： 「球対称な電荷の作る電場」：** 半径 $a$ の球面上に一様な面電荷密度 $\sigma$ で分布している球殻の作る電場を考える．特に，球殻の内側と外側に分けて考えること．

1. 周囲をアルミホイルでくるんだピンポン玉がある．ピンポン玉の中は空洞である．最初，このピンポン玉は電荷を帯びていないとする．どのようにすれば，上記のように表面に一様な電荷分布をもった球ができるか．その方法とそのために必要な道具を提案せよ．
2. 球殻の内部に電場はないことを示せ．
3. 球殻の外部の電場を求めよ．

この問題の趣旨は，クーロンの法則と重ね合わせの原理から求まる電場の例を計算してみようということでした．もちろん，ガウスの法則を用いてもよい．一度積分をしてみると，ガウスの法則に対する感動が５割増し (私的比較) になります．同じ問題を異なる方法で解いてみることは大切なことである．講義では立体角を用いて求めたので，ここでは積分する方法を示しておきます．

**1.** まずはそのような状況を作ってみようということだが，これは導体球を用意すれば簡単にできる．ここではピンポン球にアルミをまいてみる．周囲と絶縁したピンポン球に，こすった下敷をくっつけることで，電荷を渡せばよい．ひとたび電荷が帯びると，導体中の電荷は球面に平行な電場が生じないように，電荷の再配置を行う．今は対称性の高い球状なので，電荷は球面上に一様に分布する．

なぜ下敷の電荷がピンポン球の方に移動するかは後からまた考えてみることにしよう．

**2．3．** 半径 $a$ の球面上に一様な面電荷密度 $\sigma$ で分布している球殻の作る電場を考える．観測位置を $z$ 軸にとっても一般性を失わない．$z$ 軸に垂直な面と球殻が交わっている円環は観測点との距離が一定の円になっている．

$$\begin{aligned}\text{円環上の総電荷} &= \text{面密度}\sigma \times \text{面積} \\ &= \sigma(2\pi a \sin\theta)(a d\theta)\end{aligned}$$

微小な円環が観測点に作る電場を考える．$z$ 軸方向以外は対称からキャンセルされてゼロになるので，$z$ 軸方向だけを考えればよい．$z$ 軸との角度が $\theta$ となる微小円環の作る電場の $z$ 軸成分を $dE_r(\theta)$ は，

$$dE_r(\theta) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} 2\pi a^2 \sigma \sin\theta d\theta \frac{r - a\cos\theta}{R}$$

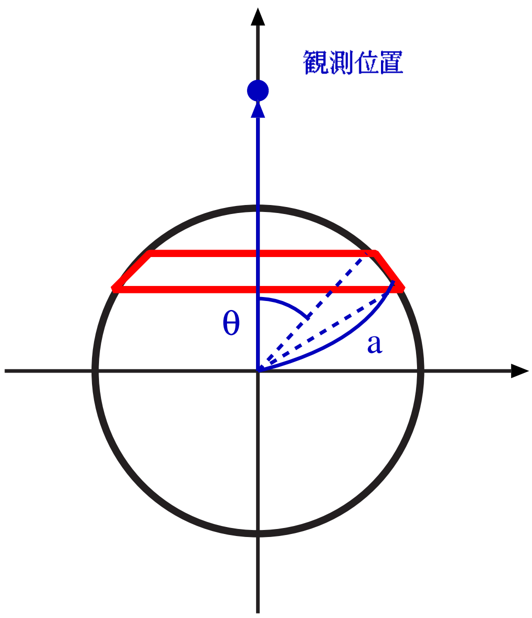



図 1: 一様に帯電した半径 $a$ の球殻

ここで，$R$ は円環と観測点との距離で，

$$R^2 = (r - a\cos\theta)^2 + a^2\sin^2\theta = r^2 - 2a\cos\theta r + a^2$$

そこで全ての円環について積分，すなわち $\theta$ を 0 から $\pi$ まで重ね合わせればよい．

$$\begin{aligned}
E_r(r) &= \int_0^\pi dE_r(\theta) = \frac{2\pi\sigma a^2}{4\pi\epsilon_0}\int_0^\pi d\theta\sin\theta\frac{r - a\cos\theta}{(r^2 - 2a\cos\theta r + a^2)^{3/2}} \qquad (15)\\
&\downarrow \ (\text{変数変換}: 2RdR = 2ar\sin\theta d\theta)\\
&\downarrow \ \left(a\cos\theta = \frac{1}{2r}\left(r^2 + a^2 - R^2\right)\right)\\
&= \frac{\sigma a^2}{2\epsilon_0}\int_{|r-a|}^{r+a}\frac{RdR}{ar}\frac{r - \frac{1}{2r}\left(r^2 + a^2 - R^2\right)}{R^3} = \frac{\sigma a}{2\epsilon_0}\int_{|r-a|}^{r+a} dR\frac{1}{R^2}\left(1 - \frac{r^2 + a^2 - R^2}{2r^2}\right)\\
&\downarrow \ \left(\frac{1}{R^2}\left(1 - \frac{r^2 + a^2 - R^2}{2r^2}\right) = \frac{r^2 - a^2 + R^2}{2r^2R^2} = \frac{1}{2r^2}\left(1 + \frac{r^2 - a^2}{R^2}\right)\right)\\
&= \frac{\sigma a}{4\epsilon_0 r^2}\int_{|r-a|}^{r+a} dR\left(1 + \frac{r^2 - a^2}{R^2}\right) = \frac{\sigma a}{4\epsilon_0 r^2}\left(R - \frac{r^2 - a^2}{R}\right)\Bigg|_{|r-a|}^{r+a}\\
&= \frac{\sigma a}{4\epsilon_0 r^2}\underline{\left[r + a - \frac{r^2 - a^2}{r + a} - |r - a| + \frac{r^2 - a^2}{|r - a|}\right]}\\
&\quad \text{下線部} = \begin{cases} 2a - (a - r) - (r + a) = 0 & \text{for r>a}\\ 2a - (r - a) + (r + a) = 4a & \text{for r<a}\end{cases}\\
&= \frac{\sigma a^2}{\epsilon r^2}\theta(r - a) \qquad (16)
\end{aligned}$$

ここで，$\theta(x)$ はステップ関数で $x > 0$ の時に 1，$x < 0$ の時に 0 をとる．

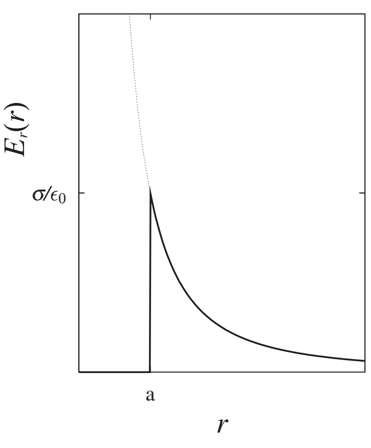



図 2: 電場の動径成分を原点からの距離の関数としてグラフにする

- 球内はどこでも電場が 0 になっている．
- 球の外では，球殻上の総電荷量 $4\pi a^2\sigma$ が原点に集まっている場合と同じ．

この結果はガウスの法則から，(当然) 求めることもできる．任意の閉曲面として，原点を中心とする球を考えて，ガウスの法則から，電場は 動径成分 $E_r$ しか無く，角度に依存しない とすれば，

$$\int_{\text{球面}} dSE_r = 4\pi r^2 E_r \frac{\text{球内の電荷}}{\epsilon} = 0$$

から，すぐに $E_r = 0$ が言えます．

しかし，下線部の仮定は実際に示せるでしょうか？不思議な感じがして，ちょっと自明ではないと思います．立体角の考え方からみれば，とても自然な感じもします．

**問い：**さて，電位はどうなっているでしょうか．グラフに書いてみて下さい．

---

# 第二回物理学Aレポート問題

福島孝治 (東京大学大学院総合文化研究科)

平成16年11月19日: ver. 1.0

**問題 1 「クーロン場の発散」:** 原点0にある電荷 $q$ の点電荷が位置$\boldsymbol{r}=(x,y,z)$ につくるクーロン電場

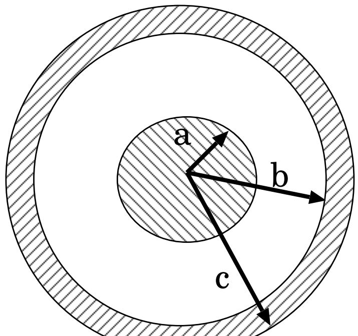
$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{|\boldsymbol{r}|^2}\frac{\boldsymbol{r}}{|\boldsymbol{r}|} \tag{1}$$

について，以下の性質を示せ．

1. 原点以外で発散がゼロになっていること，すなわち，$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=0$.
2. 原点以外で回転がゼロになっていること，すなわち，$\nabla\times\boldsymbol{E}=\boldsymbol{0}$.

**問題2「導体系にガウスの法則を使う」:**

前回のアルミでくるんだ半径 $a$ のピンポン玉に電荷 $Q(>0)$ を与え，その外側を右図のように**導体球殻**(内径 $b(>a)$, 外径 $c$) で囲んだ．導体球殻の内側は絶縁体の膜があり，ピンポン玉の電荷は球殻には移動できないとする．




1. 図のように，この導体球と導体球殻を同心に置いた場合の**電場**を求めよ．
2. その場合の電位を求め，グラフに図示せよ．
3. 導体球の中心が導体球殻の中心からずれた場合はどうなるかを理由を含めて説明せよ．
4. 導体球殻に電荷 $q(>0)$ を与えたときに，どうなるかを理由とともに説明せよ．
5. 同じように電荷 $q$ が帯電された導体球殻が沢山あり，その中の一つだけに上の電荷を帯びた導体球 (ピンポン玉) が入っているとする．導体球殻は透明でなく，中は透けて見えない．このとき，どの導体球殻に導体球が入っているかを見つける方法を示せ．

**問題 3 「講義について」:** 本講義に関する感想や意見・要望があれば述べよ．講義の中で示したチェック問題について，わからないところがあればここに記してもよい．