

第2回統計熱力学レポート問題

福島孝治 (東京大学大学院総合文化研究科)

平成16年12月1日: ver. 1.0

問題 「統計力学的なエントロピーについて」:

1. 2つの系1, 2からなる結合系(1+2)のエントロピーを考える. 系1のエネルギーが E_1 のときのミクロな状態数を $W_1(E_1)$, 同様に系2のエネルギーが E_2 のときのミクロな状態数を $W_2(E_2)$ とする. 結合系(1+2)のエントロピー S_{1+2} を W_1, W_2 を用いて表せ.
2. 結合系(1+2)のエントロピーは, 2つの系1, 2のエントロピーの和で書けることを示せ. (ヒント: 最も確からしいエネルギー分配を考えよ.)
3. 2つの系1, 2を最初離しておいて, 温度の異なる別々の熱浴に接触させて, 平衡状態に達しているとする. このときの温度はそれぞれ T_1, T_2 であったとする. この2つの系を接触させて, 十分長い時間が経過した後で, 2つの温度は一致した. このとき, 全系エントロピーは, 最初の状態から増大していることを示せ.

問題 2 「ギブスのパラドックス」:

温度 T , 体積 V , 粒子数 N が等しい二種類の理想気体 A,B(それぞれ質量を m_A, m_B) を混合したときに起こることを, カノニカル分布を用いて考える. 以下の問いに答えよ.

1. 一般に分配関数 Z を用いて, ヘルムホルツの自由エネルギーは $F = -k_B T \log Z$ と表せる. エントロピー S を分配関数を用いて表す公式を求めよ.
2. 二種類の理想気体はそれぞれ区別ができない気体と考え, 混合前の平衡状態での二種類の理想気体の分配関数 Z_A, Z_B をそれぞれ求めよ. また, その時のヘルムホルツ自由エネルギー F_{before} を求めよ.
3. 気体 A と B は区別できるとして, 混合後の分配関数とヘルムホルツの自由エネルギー F_{after} を求めよ.
4. 混合前後での気体の圧力を比較せよ.
5. 混合前後でのエントロピーの変化分 ΔS を求めよ.
6. 気体 A と B は区別できないとしたときの, 混合によるエントロピーの変化分を求めよ.
7. 問 5 . 6 の違いの物理的意味を解釈せよ.

問題 3 講義について感想や要望を自由に述べよ. その他に質問も記してよい.

✂切は 2 週間後とする.