

# 練習問題

福島孝治 (東大院総合文化)

ver. 1.2: 2005.4.15

## 1 運動の記述

### 1.1 質点の位置ベクトル

問 1.1-1 質点の位置ベクトルが

$$\mathbf{r} = (a \cos(\omega t), b \sin(\omega t), 0) \quad (a > 0, b > 0)$$

で与えられている.  $x$  座標,  $y$  座標の時間  $t$  依存性をグラフに示せ.

問 1.1-2 前問について,  $xy$  平面上での質点の運動の様子を図示せよ.

問 1.1-3 前問の運動について, 質点の位置の原点からの距離を時間の関数として求めよ.

問 1.1-4 質点の位置ベクトルが

$$\mathbf{r} = \left( at, 0, bt - \frac{1}{2}gt^2 \right) \quad (a > 0, b > 0, g > 0)$$

で与えられている.  $x$  座標,  $z$  座標の時間  $t$  依存性をグラフに示せ.

### 1.2 速度ベクトル

問 1.2-1 微分に関する以下の恒等式を示せ.

1.  $\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$
2.  $\frac{d}{dx} (f(x)g(x)) = \left(\frac{d}{dx} f(x)\right) g(x) + f(x) \left(\frac{d}{dx} g(x)\right)$
3.  $y(x) = \frac{x^n}{x+1}$  について,  $x$  の 1 回微分を求めよ.
4.  $y(x) = \frac{x^n}{x+1}$  について,  $x$  の  $n$  回微分を求めよ.

問 1.2-2 問 1.1-1 の位置ベクトルに対して, 速度ベクトル  $\mathbf{v}$  を求めよ

### 1.3 加速度ベクトル

問 1.3-1 問 1.1-1 の位置ベクトルに対して, 加速度ベクトル  $\mathbf{a}$  を求めよ

問 1.3-2 上の問題の速度ベクトル  $\mathbf{v}$  と加速度ベクトル  $\mathbf{a}$  の内積を求めよ. その結果からわかることは?

## 1.4 次元

問 1.4-1 速度，加速度の次元を  $L, T$  を用いて表せ．

問 1.4-2 位置ベクトルの  $x$  成分が  $x(t) = a + b * t + c * t^2$  と表されるとき， $a, b, c$  の次元を求めよ．

## 1.5 ベクトルの演算

問 1.5-1 ベクトル  $A = (4, 0, 0)$  と  $B = (0, 3, 0)$  について，(a)  $A + B$ ，(b)  $A - B$  を図示せよ．また，それぞれのベクトルの大きさを求めよ．

問 1.5-2 ベクトル  $A$  は大きさが 6 で， $x$  軸から 45 度  $y$  軸方向へ回転した方向を向いている．ベクトル  $B$  は大きさが 6 で， $-x$  軸方向を向いている．(a)  $A + B$ ，(b)  $A - B$  を図示せよ．また，それぞれのベクトルの大きさを求めよ．

問 1.5-3 3 つのベクトルが与えられている． $A = (2, 3, -4)$ ， $B = (2, -2, 2)$ ， $C = (-1, 2, 1)$ ．

1. ベクトル  $B$  の単位ベクトルを求めよ．
2.  $D = A + B$ ， $E = 2A - B$  としたとき， $D$  と  $E$  の内積を求めよ．
3.  $D$  と  $E$  の外積を求めよ．
4.  $A \cdot B \times C$  を求めよ．