

練習問題

福島孝治 (東大院総合文化)

ver. 1.2: 2005.4.15

1 運動の記述

1.1 質点の位置ベクトル

問 1.1-1 質点の位置ベクトルが

$$\mathbf{r} = (a \cos(\omega t), b \sin(\omega t), 0) \quad (a > 0, b > 0)$$

で与えられている。 x 座標, y 座標の時間 t 依存性をグラフに示せ。

問 1.1-2 前問について, xy 平面上での質点の運動の様子を図示せよ。

問 1.1-3 前問の運動について, 質点の位置の原点からの距離を時間の関数として求めよ。

問 1.1-4 質点の位置ベクトルが

$$\mathbf{r} = \left(at, 0, bt - \frac{1}{2}gt^2 \right) \quad (a > 0, b > 0, g > 0)$$

で与えられている。 x 座標, z 座標の時間 t 依存性をグラフに示せ。

1.2 速度ベクトル

問 1.2-1 微分に関する以下の恒等式を示せ。

1. $\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$
2. $\frac{d}{dx} (f(x)g(x)) = \left(\frac{d}{dx} f(x) \right) g(x) + f(x) \left(\frac{d}{dx} g(x) \right)$
3. $y(x) = \frac{x^n}{x+1}$ について, x の 1 回微分を求めよ。
4. $y(x) = \frac{x^n}{x+1}$ について, x の n 回微分を求めよ。

問 1.2-2 問 1.1-1 の位置ベクトルに対して, 速度ベクトル \mathbf{v} を求めよ

1.3 加速度ベクトル

問 1.3-1 問 1.1-1 の位置ベクトルに対して, 加速度ベクトル \mathbf{a} を求めよ

問 1.3-2 上の問題の速度ベクトル \mathbf{v} と加速度ベクトル \mathbf{a} の内積を求めよ。その結果からわかることは?

1.4 次元

問 1.4-1 速度，加速度の次元を L, T を用いて表せ．

問 1.4-2 位置ベクトルの x 成分が $x(t) = a + b * t + c * t^2$ と表されるとき， a, b, c の次元を求めよ．

1.5 ベクトルの演算

問 1.5-1 ベクトル $A = (4, 0, 0)$ と $B = (0, 3, 0)$ について，(a) $A + B$ ，(b) $A - B$ を図示せよ．また，それぞれのベクトルの大きさを求めよ．

問 1.5-2 ベクトル A は大きさが 6 で， x 軸から 45 度 y 軸方向へ回転した方向を向いている．ベクトル B は大きさが 6 で， $-x$ 軸方向を向いている．(a) $A + B$ ，(b) $A - B$ を図示せよ．また，それぞれのベクトルの大きさを求めよ．

問 1.5-3 3 つのベクトルが与えられている． $A = (2, 3, -4)$ ， $B = (2, -2, 2)$ ， $C = (-1, 2, 1)$ ．

1. ベクトル B の単位ベクトルを求めよ．
2. $D = A + B$ ， $E = 2A - B$ としたとき， D と E の内積を求めよ．
3. D と E の外積を求めよ．
4. $A \cdot B \times C$ を求めよ．