

## 練習問題 2 の解答例

福島孝治 (東大院総合文化)

ver. 1.0: 2005.5.27

問 2.1-1 図のように斜面上に置かれた物体が滑車を通じてひもでおもりとつながって静止している．この物体とおもりに働く力を列挙して，力の方向を示せ．

まず，丸いおもり (重さを  $m$  とする) にかかる力を考える．それらは以下の 2 つである．

1. 重力 :  $mg$
2. 張力 (糸が引っ張る力) :  $T$

方向は右図に示す通りである．今，このおもりは静止しているので，この二つの力はつり合っている．方向はちょうど反対を向いているので，その大きさが等しいことがわかる．つまり， $mg = T$ ．

次に，四角いおもりに働く力は，質量を  $M$  として，

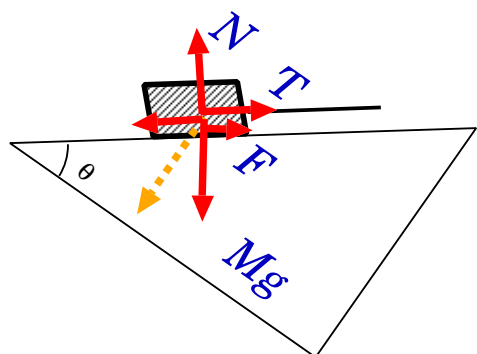
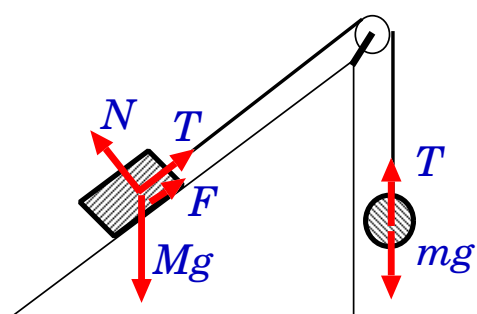
1. 重力 :  $Mg$
2. 張力 (糸が引っ張る力) :  $T$
3. 垂直効力 (斜面がおもりを押す力) :  $N$
4. 摩擦力 :  $F$

ここでもやはり力はつり合っている．その条件を見ておく．そのためには，力 (これはベクトル) を斜面に水平方向と垂直方向に分解するのがよい．斜面と水平面のなす角を  $\theta$  とする．右には斜面を水平にした図を描いた．斜面方向と垂直方向に働く力は，垂直効力と重力であり，その力のつり合いはの式は

$$N = Mg \cos \theta$$

また，水平方向の力のつり合いは，

$$T + F = Mg \sin \theta$$



問 2.2-1 重力中の質点の運動は運動方程式を解くことによって決まる．時刻  $t$  における位置  $z(t)$  は，鉛直上向きを正の方向として， $t = 0$  での位置を  $z_0$ ，速度を  $v_0$  とすると，

$$z(t) = z_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

と表される．ここで  $g$  は重力加速度である．

1.  $v_0$  を正にする（つまり，上向きに投げ上げた）と，最高到達点を求めよ．
2. また，このとき，再び  $t = 0$  の位置  $z_0$  に戻って来たときの速度を求めよ．
3. 位置と速度を時間の関数として，グラフに描け．上の結果はグラフから理解できるか？

1.  $z(t)$  を  $t$  関数として，最大値を求めればよい．

$$z'(t) = v_0 - g t = 0$$

より，最高点に達する時間  $t^*$  は  $t^* = \frac{v_0}{g}$ ．ここで初速度  $v_0$  が正であることが大事である．また，この条件は速度が 0 になる条件でもある．ボールを投げあげたときに，ちょうど最高点では速度は 0 になっている．最高到達点は，

$$z(t = t^*) = z_0 + \frac{v_0}{g} v_0 - \frac{1}{2} g \left( \frac{v_0}{g} \right)^2 = z_0 + \frac{v_0^2}{2g}$$

となる．

2. 再び初期位置に戻って来たのであるから，その時刻を  $t_1$  とすると，

$$z(t_1) = z_0 = z_0 + v_0 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$$

が，その条件式で， $t = 0$  でない解は， $\frac{2v_0}{g}$  である．その時の速度は，

$$v(t = t_1) = v_0 - g t_1 = v_0 - g \frac{2v_0}{g} = -v_0$$

となる．ちょうど，投げ上げたときと逆向きで同じ大きさの速さで落ちて来たことになる．

3. グラフはやはり自分で描いてみよう．そして，意味を考えておこう．

問 2.2-3 西武の松坂のフォークがどのくらい落ちるのかを大雑把に見積もってみる．フォークボールはボールの回転がほとんどないので，回転による効果はなく，ほぼ自由落下と考えて良いとされている

1. 初速度 135km/h で投げられたボールが等速直線運動しているとすると，17m 離れたキャッチャーのミットに到着するまで何秒かかる？
2. その時間の間，鉛直方向には落下運動したとすると，どのくらい落ちるだろうか．重力加速度は  $9.8\text{m/s}^2$  とする．

1. ここでは大雑把に評価してみる．マウンドの高さは考えないことにして，水平方向に初速度が与えられたとする．135km/hでの等速直線運動しているボールが17m進むための時間は，

$$T = \frac{x}{v} = \frac{17m}{135km/h} = \frac{17m}{135 \times 10^3m/3600sec} \simeq 0.45sec$$

2. その間に垂直方向には自由落下しているとする．垂直方向の初速度を0として，落下距離は，

$$z = \frac{1}{2}gt^2 = 0.5 \times 9.8 \times (0.45)^2 \simeq 1.00m$$

おおよそ1m落下していることになる．

問 2.3-1 振り子の周期  $T$  (振り子が振れて戻って来るまでの時間) は， $T = 2\pi\sqrt{l/g}$  となる．ただし， $l$  は振り子の長さであり， $g$  は重力加速度である．この式が次元として正しいことを示せ．

左辺の次元は時間  $T$  である．一方で，右辺は，

$$[\sqrt{l/g}] = \sqrt{[L/(L/T^2)]} = \sqrt{[T^2]} = T$$

となり，右辺も  $T$  となり，等式が成り立っている．

問 2.3-2 距離  $r$  だけ離れた質量が  $M$  と  $m$  である二つの物体に働く万有引力  $F$  は

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

で表される．定数  $G$  の次元を求めよ．

これは力の次元なので， $[MLT^{-2}]$  である．次元の式を書いてみると，

$$MLT^{-2} = [G] \frac{M^2}{L^2} \rightarrow [G] = \frac{L^3}{M} T^{-2}$$

となる．

問 2.3-3 力積の次元を求めよ．

力積は運動量の次元と同じであるので， $[p] = [mv] = MLT^{-1}$ ．一方で，力積  $I$  の定義は，

$$I = \int F dt$$

であることから考えると，力×時間の次元を持っていることがわかる．このことを確かめてみると，

$$[F][t] = MLT^{-2} \times T = MLT^{-1}$$

となり，やはり，上の次元と同じであることがわかる．

## 第二回物理学 B レポート問題

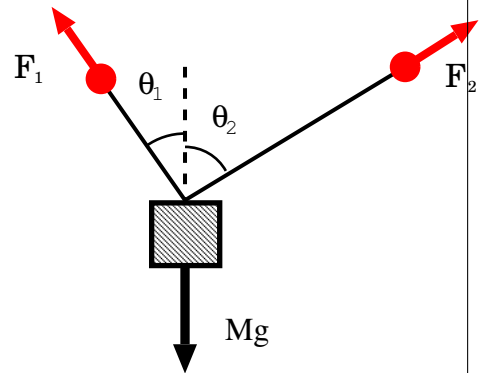
福島孝治 (東京大学大学院総合文化研究科)

ver. 1.0: 2005.05.27

ver. 1.1: 2005.05.30

問題 1: 「練習問題問 2.1-2 より」 図のように質量  $M$  のおもりを二人で持ち上げて、静止させている．鉛直方向となす角をそれぞれ  $\theta_1$ ,  $\theta_2 (> \theta_1)$  になっている．どちらが楽をしているかをかんがえてみる．

1. 右図のようにそれぞれのヒモを引っ張る力の大きさを  $F_1$  と  $F_2$  とする．水平方向と垂直方向の力のつり合いの式をそれぞれ書け．
2. これらの関係式から，どちらが楽をしているかを議論せよ．



問題 2: 「練習問題問 2.4-2 より」 静止しているサッカーボールを蹴っ飛ばして， $30\text{m/s}$  の速度を与えた．ボールの質量は  $0.5\text{Kg}$  であり，蹴る際に足に接触していた時間は  $0.025$  秒であった．以下の問いに答えよ．

1. 地面に置いてあるボールを角度  $30^\circ$  上方へけり上げた．ボールは一様重力中を運動する，つまり放物運動するとする．どのくらい前方へ進んだかを求めよ．
2. 足にかかる力はどの程度か見積もれ．
3. 前問の力は，日常生活でどのくらいの重さのものを持ち上げる力に相当するか考えよ．

問題 3: 「放物運動」 ボールを投げ上げると，ほぼ放物運動を描く．これは，重力中の質点の運動に対する力学の法則の帰結である．ところが，上手なバスケットボールの選手がジャンプすると，空中で止まっているように見えることがある．これは一体どういうことかを考えてみよ．

問題 4 「講義について」: 講義はシリーズの半分が終了した．この段階での，講義に関する感想・意見・要望はないか?

締め切りは 2 週間後．6 月 10 日とする．